1. 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y - b = 2(x - a) - 3$
직선의 방정식을 정리하면
$y = 2x - 2a - 3 + b$
원래 직선과 같아졌으므로
$-2a + b - 3 = -3$, $2a = b$,
$\therefore \frac{b}{a} = 2$

2. 평행이동 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$ 에 의하여 점 $(2,\ 1)$이 점 $(1,\ -1)$로 옮겨질 때, $(0,\ 0)$는 어느 점으로 옮겨지는가?

① $(1,\ 2)$　② $(-1,\ 2)$　③ $(1,\ -2)$
④ $(-1,\ -2)$　⑤ $(2,\ 1)$

해설

점 $(2,\ 1)$이 점 $(1,\ -1)$로 옮겨지면, x축 방향으로 -1, y축 방향으로 -2만큼 평행이동 하므로 $(0-1,\ 0-2)=(-1,\ -2)$로 이동한다.

3. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼, 평행이동하면 직선 $4x-3y-4=0$ 에 접한다고 할 때 b 의 값은?(단, $b>0$)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

y 축 방향으로 b 이동시키면
$x^2 + (y-b)^2 = 1$ 이 된다.
이 원과 $4x-3y-4=0$ 이 접하므로,
원 중심과 직선 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|-3\times b-4|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 1$$

$$\Rightarrow |-3b-4| = 5$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{3} \quad (\because\ b>0)$$

4. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$　② $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$　③ $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$
④ $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$　⑤ $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P=(x, y)$ 라 하면,

$(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$

$(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 } 2,\ y\text{축으로 } 3\text{만큼 평행이동}}$

$(-x+2,\ y+3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y+3, -x+2)$

$\Rightarrow\quad (y+3, -x+2)=(x, y)$

$\Rightarrow\quad x=y+3,\quad y=-x+2$

두 식을 연립하면, $x=\frac{5}{2},\quad y=-\frac{1}{2}$

$\therefore\quad \mathrm{P}\left(\frac{5}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

5. 도형 $y = 2x + 3$을 점 $(2, 3)$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $2x - y + 5 = 0$

② $2x + 2y - 5 = 0$

③ $2x + y + 5 = 0$

④ $2x - y - 5 = 0$

⑤ $2x - 2y + 5 = 0$

해설

점 (a, b)에 대하여 대칭이동하려면

$x \to 2a - x,\ \ y \to 2b - y$를 대입하면 된다. $y = 2x + 3$ 위의 점

$(0, 3)$과 (a, b)의 중점 $(2, 3)$

$$\frac{0 + a}{2} = 2,\ \ \frac{3 + b}{2} = 3$$

$a = 4,\ \ b = 3$

$\therefore\ \ y = 2x + 3$과 기울기는 동일하며 $(4,\ 3)$ 지남.

$\to y = 2x + b,\ \ (4, 3) \to 3 = 8 + b \to b = -5$

$\therefore\ \ y = 2x - 5$

6. 점(4, 3)을 $y=2x$ 에 대칭이동한 점의 좌표는?

① (0, 5) ② (0, 1) ③ (−1, 2)

④ (0, −5) ⑤ (−1, −2)

해설

점 P(4, 3)을 직선 $y=2x$ 에 대칭 이동한 점을 $Q\ (\alpha,\ \beta)$ 라 할 때 직선 PQ 가 $y=2x$ 에 수직이므로 직선 PQ의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

$\frac{\beta-3}{\alpha-4}=-\frac{1}{2}\cdots$ ㉠

점 P ,Q 의 중점 $\left(\frac{\alpha+4}{2},\ \frac{\beta+3}{2}\right)$ 이

직선 $y=2x$ 위에 있으므로

$\frac{\beta+3}{2}=2\times\frac{\alpha+4}{2}\cdots$ ㉡

㉠,㉡을 연립하여 풀면

$\alpha=0,\ \beta=5$

따라서 (0, 5) 이다.

7. 점 $(2,\ 1)$ 을 직선 $y = 2x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$ ② $\left(-\frac{7}{5}, \frac{11}{5}\right)$ ③ $\left(-\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right)$
④ $\left(-\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right)$ ⑤ $\left(\frac{5}{6}, -\frac{11}{6}\right)$

해설

대칭이동한 점의 좌표를 $(\alpha,\ \beta)$ 라 하자.

i) $(2,\ 1)$, $(\alpha,\ \beta)$ 를 잇는 선분의 기울기는 $y = 2x + 1$ 와 수직이다.

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta - 1}{\alpha - 2} \times 2 = -1 \quad \therefore \quad 2\beta + \alpha = 4$$

ii) $(2,\ 1)$, $(\alpha,\ \beta)$ 의 중점은 $y = 2x + 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \quad \frac{\beta + 1}{2} = 2\left(\frac{\alpha + 2}{2}\right) + 1$$

$\therefore \quad 2\alpha - \beta + 5 = 0$

i), ii) 를 연립하면, $\alpha = -\frac{6}{5} \quad \beta = \frac{13}{5}$

$\therefore$ 대칭이동한 점은 $\left(-\frac{6}{5}, \frac{13}{5}\right)$

8. 다음 중 원 $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=\frac{1}{3}$ ② $x^2+y^2=1$

③ $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$ ④ $x^2+y^2=4$

⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
$x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 에서 $(x+2)^2+(y-2)^2=4$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 2인 ④이다.