

1. 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점 A(-1, -2), B(6, 4), D(0, 2)이고, $\overline{AB}$ 와 BC가 이웃하는 두 변일 때 나머지 한 꼭짓점 C의 좌표는?

① C(5, 0)

② C(0, 5)

③ C(7, 8)

④ C(8, 7)

⑤ C(7, 6)

해설

$C(a, b)$ 라고 하면, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점은 같다.

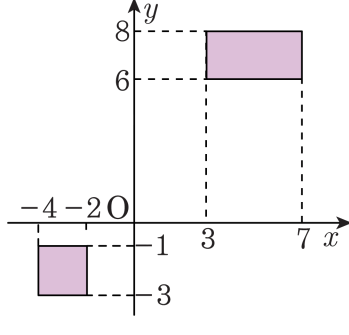
$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2}\right) = \left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$$

$$-1+a=6, \quad -2+b=6$$

$$\therefore a=7, \quad b=8$$

$$\therefore C(7, 8)$$

2. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.
 점 M을 지나는 임의의 직선 l 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
 l 의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
 M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
 정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
 직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
 두 점을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{9}{8}$$

3. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4} \text{에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x=-4, y=3$$

$$y-3=-\frac{1}{2}(x+4)$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x+1 \text{이므로}$$

$$a=-\frac{1}{2}, b=1$$

$$\therefore 2a+b=0$$

4. 중심의 좌표가 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

이 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4^2$

다음 그림과 같이 원의 중심을 C 라 하면

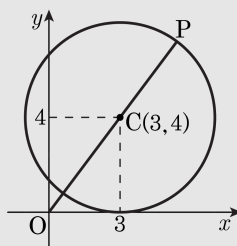
원점과 중심을 지나는 직선이 원과 만나

는

두 점 중 한 점을 P 라 할 때,

$\overline{OP}$ 가 최대이다.

$\therefore \overline{OP} = \overline{OC} + 4 = \sqrt{3^2 + 4^2} + 4 = 9$



5. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

6. 집합 $A = \{x \mid |x-1| = 1\}$, $B = \{x \mid 2x-1 < 9\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$ ③ $B \subset A \subset C$
④ $B \subset C \subset A$ ⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$|x-1| = 1, x-1 = \pm 1 \text{ 이므로 } x = 0, 2$$

$$\therefore A = \{0, 2\}$$

$$B = \{x \mid 2x-1 < 9\} = \{x \mid 2x < 10\} = \{x \mid x < 5\}$$

$$C = \{x \mid -3 < x < 3\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

7. 전체 집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 7\}, (A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 11, 13\}, (A \cup B)^c = \{11, 13\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① $A = \{1, 3, 5, 7\}$

② $B - A = \{3, 7, 9\}$

③ $B^c = \{1, 11, 13\}$

④ $A \cap B = \{5\}$

⑤ $B \cap A^c = \{3, 7\}$

해설

① $A = \{1, 5, 7\}$

② $B - A = \{3, 9\}$

④ $A \cap B = \{5, 7\}$

⑤ $B \cap A^c = \{3, 9\}$

8. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \frac{c}{b-a}$, $B = \frac{a}{b-c}$, $C = \frac{b}{a-c}$ 의 대소를
바르게 비교한 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$ 에서
 $b - a < 0$, $b - c > 0$, $a - c > 0$ 이므로
 $A = \frac{c}{b-a} < 0$, $B = \frac{a}{b-c} > 0$
 $C = \frac{b}{a-c} > 0$
$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$
$$\therefore B > C$$

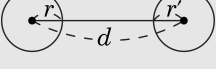
따라서 $A < 0$, $B > C > 0$ 이므로
 $B > C > A$ 이다.

9. 두 원 $C_1 : x^2 + y^2 = r^2$, $C_2 : (x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 4$ 에 대하여 공통 접선의 개수가 4개가 되도록 하는 양의 정수 r 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

공통접선이 4개인 경우 $r + r' < d$ 인 경우



$C_1 \Rightarrow (0, 0) \ r = r'$
 $C_2 \Rightarrow (6, 8) \ r = 2$
중심거리 (d) = $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
 $\therefore r + 2 < 10$
 $r < 8$ (단, $r > 0$)
 r 의 갯수는 $r = 1, 2, 3 \cdots 7$ 이므로 7개이다.

10. 포물선 $y = x^2 - 2x + 5$ 위의 임의의 한 점 $P(x, y)$ 라 한다. 점 P 에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값의 차를 구하면?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

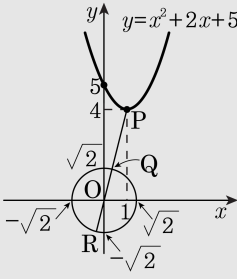
해설

그림과 같이 포물선 위의 한 점 P 에서 원에 이르는 거리의 최솟값은 $\overline{OP} - (\text{반지름의 길이})$ 이고, 최댓값은 $\overline{OP} + (\text{반지름의 길이})$ 가 된다.

따라서, 구하는 최소 길이는 $\overline{PQ}$ 이고,

최대 길이는 $\overline{PR}$ 이므로

$$|\overline{PR} - \overline{PQ}| = (\text{원의 지름의 길이}) = 2\sqrt{2}$$



11. 원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 이 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 으로 옮겨질 때, $m + n + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ 이므로
이 원의 중심은 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이는 3 이다.
한편, 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 에서
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 - r$ 이므로
이 원의 중심은 $(1, 2)$ 이고
반지름의 길이는 $\sqrt{5 - r}$ 이다.
이때, 주어진 평행이동
 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여
처음 원의 중심 $(-1, -3)$ 은
옮겨진 원의 중심 $(1, 2)$ 로 옮겨지므로
 $(-1 + m, -3 + n) = (1, 2)$
따라서, $-1 + m = 1$ 에서 $m = 2$
 $-3 + n = 2$ 에서 $n = 5$
또한, 평행이동에 의하여 옮겨진 원의 크기는
변하지 않으므로 옮기기 전과 옮긴 후의
원의 반지름의 길이가 같다.
따라서, $\sqrt{5 - r} = 3$ 에서 $5 - r = 9$
 $\therefore r = -4$
 $\therefore m + n + r = 2 + 5 - 4 = 3$

12. 점 $A(a, b)$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B 라고 하면 두 점 A, B 를 지나는 직선은 x 축에 평행하다. 이때, 선분 AB 의 길이는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

점 $A(a, b)$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을
 A' 라고 하면 $A'(a+3, b+2)$
다시 점 A' 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
점 B 는 $B(b+2, a+3)$
이때, 직선 AB 가 x 축에 평행하므로
두 점 A, B 의 y 좌표가 서로 같다.
즉, $b = a + 3 \quad \therefore B(a+5, a+3)$
따라서, 선분 AB 의 길이는
두 점 A, B 의 y 좌표의 차와 같으므로
 $\overline{AB} = (a+5) - a = 5$

13. 직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 있다. 이 직선에서 점 $(1, 1)$ 까지의 거리가 2 일 때, 상수 k 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여

대칭이동한 직선의 방정식은 $5y + 12x + k = 0$

즉, $12x + 5y + k = 0$

이 직선과 점 $(1, 1)$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + k|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|17 + k|}{13} = 2$$

$$|k + 17| = 26$$

$$k + 17 = \pm 26$$

$$\therefore k = 9 \text{ 또는 } k = -43$$

따라서, 구하는 상수 k 의 모든 값의 합은

$$9 + (-43) = -34$$

14. 점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

점 A(1, 2)를 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B(a , b)라 하면,

$\overline{AB}$ 의 중점 $\left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 가

직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 위에 있으므로

$$4 \cdot \frac{1+a}{2} - 2 \cdot \frac{2+b}{2} - 5 = 0$$

$$\therefore 2a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB와 직선 $4x - 2y - 5 = 0$ 이

$$\text{수직이므로 } \frac{b-2}{a-1} \times 2 = -1$$

$$\therefore a + 2b = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 1$

$$\therefore B(3, 1)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$$

15. 집합 $S = \{(x, y) | ax + by + 5 = 0\}$ 에 대하여 $(1, 7) \in S$, $(-4, -3) \in S$ 일 때 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$(1, 7) \in S$ 이므로
 $a + 7b + 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $(-4, -3) \in S$ 이므로
 $-4a - 3b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = 2, b = -1$
 $\therefore ab = -2$

16. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

- ① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
 - 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B \subset C$
 - 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D \subset B$
 - 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E \subset C$
- ② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
④ D 와 C 의 관계는 $D \subset C$ 이다.
⑤ $D \subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

17. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$$

$x^2 + y^2 = 5$ 이므로

$$25 \geq (x + 2y)^2$$

$$\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$$

$$\therefore M = 5, m = -5$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

18. 직선 $3x+y=8$ 이 두 점 A(4, -3), B(1, 2)를 잇는 선분 AB를 1 : m 으로 내분할 때, 상수 m 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 A(4, -3), B(1, 2)에 대하여 선분 AB를 1 : m 으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{4m+1}{m+1}, \frac{-3m+2}{m+1}\right)$ 이다.

이 점이 직선 $3x+y=8$ 위에 있으므로

$$3 \times \frac{4m+1}{m+1} + \frac{-3m+2}{m+1} = 8$$

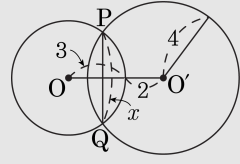
따라서 $m=3$

19. 두 원 O 와 O' 의 반지름의 길이가 각각 3 cm, 4 cm 이고 중심거리가 5 cm 일 때, 두 원의 공통현의 길이를 구하면?

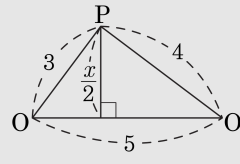
① 4 ② 4.2 ③ 4.4 ④ 4.6 ⑤ 4.8

해설

$\overline{PQ}$ 를 x 라 하면,



확대해보면 두 교점을 P, Q 라 하면,



삼각형의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{x}{2}$

$$\therefore x = \frac{24}{5} = 4.8$$

20. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 껌
오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.
입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.
선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

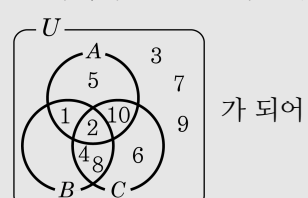
21. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은?

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

22. 두 자리 자연수 중 k 의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$$

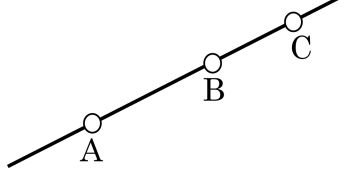
$$10 \leq 6n < 100 \text{ 에서 } 2 \leq n \leq 16 \therefore n(A_6) = 15$$

$$10 \leq 4n < 100 \text{ 에서 } 3 \leq n < 25 \therefore n(A_4) = 22$$

$$10 \leq 12n < 100 \text{ 에서 } 1 \leq n \leq 8 \therefore n(A_{12}) = 8$$

$$\text{그러므로 } n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$$

23. 아래 그림과 같이 일직선 위의 세 점 A, B, C 에 소매상이 있고, 어느 한 지점에 도매상을 세우려고 한다. 운반 비용은 도매상에서 각 소매상에 이르는 거리의 제곱의 합에 비례한다고 할 때, 운반 비용을 최소로 하는 도매상의 위치는?(단, $\overline{AB} = 2\overline{BC}$)



- ① $\overline{AB}$ 의 중점
- ② $\overline{BC}$ 의 중점
- ③ $\overline{AC}$ 의 중점
- ④ $\overline{AB}$ 를 5 : 1 로 내분하는 점
- ⑤ $\overline{AC}$ 를 3 : 2 으로 내분하는 점

해설

소매상의 위치를 각각

A($-2a$, 0), B(0, 0), C(a , 0) (단, $a > 0$) 이라 하고

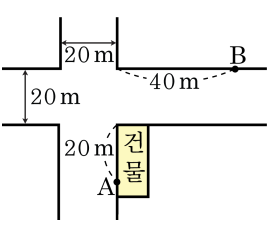
도매상의 위치를 P(x , y) 라 하면

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x + 2a)^2 + y^2 + x^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2 \\ &= 3x^2 + 2ax + 3y^2 + 5a^2 \\ &= 3\left(x + \frac{1}{3}a\right)^2 + 3y^2 + \frac{14}{3}a^2 \end{aligned}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3}a$, $y = 0$ 일 때, $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소이고
운반 비용도 최소이다.

이 때, 점 P $\left(-\frac{1}{3}a, 0\right)$ 은 $\overline{AB}$ 를 5 : 1 로 내분하는 점이다.

24. 다음 그림과 같이 폭이 20 m 인 인도가 수직으로 만나고 있다. A 지점에 서 있는 사람이 B 지점에 있는 가로등을 보기 위하여 움직여야 할 최소 거리는?(단위는 m)
- ① $2\sqrt{10}$ ② $4\sqrt{10}$ ③ $6\sqrt{5}$
 ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{3}$



해설

그림과 같이 건물의 모서리를 원점으로 하는 좌표축을 생각하면 A, B 지점의 좌표는

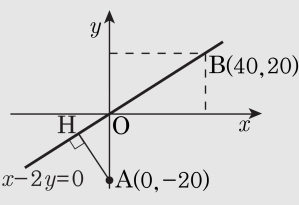
각각 $(0, -20)$, $(40, 20)$ 이다. 이 때, 원점과

점 B 를 지나는 직선의 방정식이 $x - 2y = 0$

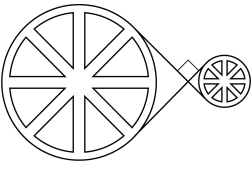
이므로 가로등을 보기 위하여 움직여야 할

최소거리는 점 A 와 직선 $x - 2y = 0$

사이의 거리이다. $\therefore \overline{AH} = \frac{|1 \cdot 0 - 2 \cdot (-20)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 8\sqrt{5}$



25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6, 2 인 두 원판을 ∞ 모양으로 벨트를 채웠는데 가운데 부분이 수직으로 만난다고 한다. 이 벨트의 길이를 $a + b\pi$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

두 원의 내접선의 길이는 다음 그림에서

$6 + 2 = 8$ 이다.

$\therefore$ 벨트의 길이는

$$2 \times 8 + \pi \times 2 \times 6 \times \frac{270}{360} + \pi \times 2 \times 2 \times \frac{270}{360}$$

$$= 16 + 12\pi$$

$$\therefore a + b = 28$$

