

1. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$

② $(2, 2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

$$(1+a, 2+b) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore (x+2, y+2) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow x = 2, \quad y = -2$$

$$\Rightarrow (2, -2)$$

2. 다음 중 직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 직선의 식은?

- ① $y = -3x - 2$ ② $y = 3x + 2$ ③ $y = -3x + 2$
④ $y = -3x + 4$ ⑤ $y = 3x - 4$

해설

직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로
2 만큼 평행이동 시킨 직선은

$$y - (-2) = -3x$$

$$\therefore y = -3x - 2$$

3. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

4. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동시킨 직선의 방정식을 구하면?

- ① $2x + y + 3 = 0$ ② $2x - y - 3 = 0$ ③ $2x + y - 3 = 0$
④ $x - 2y - 3 = 0$ ⑤ $x - 2y + 3 = 0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

5. 원 $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 3$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3$

② $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 3$

④ $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$

⑤ $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 3$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

6. 원 $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

원 $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로
3 만큼 평행이동하면 $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$
이 원을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(y - 3)^2 + (x + 1)^2 = 4$,
 $\therefore (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 이
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$ 와 일치하므로
 $a = -1$, $b = 3$
 $\therefore a + b = 2$

7. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ (x 축) : $y = 3x - 2$

㉡ (y 축) : $y = -3x - 2$

㉢ (원점) : $y = 3x + 2$

㉣ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

㉤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

㉠ x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

㉡ y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

㉢ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

㉣ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

㉤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

8. 점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1, -2)$
이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$
이것을 다시 x 축으로 a ,
 y 축으로 b 만큼 평행이동하면
 $(1 + a, -2 + b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1 - a, 2 - b)$
이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2, b = 0$
 $\therefore a + b = -2$

9. 점 A $(-2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 두 점 B, C 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 3$

② $y = 2x - 5$

③ $y = x - 1$

④ $y = x - 3$

⑤ $y = x - 5$

해설

점 A $(-2, 3)$ 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 B 의 좌표는 $(2, -3)$ 이고,
점 A $(-2, 3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점 C 의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.
따라서, 두 점 B $(2, -3)$, C $(3, -2)$ 를 지나는
직선의 방정식은

$$y + 3 = \frac{-2 + 3}{3 - 2}(x - 2), y + 3 = x - 2$$

$$\therefore y = x - 5$$

10. 점(1,3)을 점(-1,2)에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① (3, -1)

② (-3, 1)

③ (1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-1, -3)

해설

대칭이동한 점을 (a,b) 라고 하면

점 (a,b) 와 점 $(1,3)$ 의 중점이

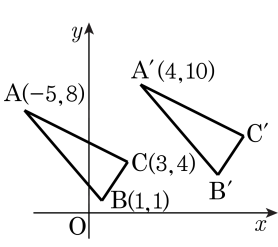
점 $(-1,2)$ 이므로

$\frac{a+1}{2} = -1, \frac{b+3}{2} = 2$ 에서

$a = -3, b = 1$

$\therefore (-3, 1)$

11. 다음 그림의 삼각형 $A'B'C'$ 은 삼각형 ABC 를 평행이동한 도형이다. 두 점 B', C' 을 지나는 직선의 방정식이 $ax + by = 24$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)



- ① 1 ② 2 ③ 3

- ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle A'B'C'$ 는 $\triangle ABC$ 를 x 축 방향으로 9 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 도형이므로 $B'(10, 3)$, $C'(12, 6)$ 이다.

두 점 B', C' 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{6 - 3}{12 - 10}(x - 10)$$

$$3x - 2y = 24,$$

$$\therefore a + b = 1$$

12. 직선 l 을 x 축의 양의 방향으로 2 만큼, y 축의 양의 방향으로 -1 만큼 평행이동 시켰더니 $x - 2y - 1 = 0$ 와 겹쳤다. 직선 l 의 방정식은?

- ① $x + y - 1 = 0$ ② $x - 2y + 3 = 0$ ③ $2x + y - 1 = 0$
④ $x - y + 5 = 0$ ⑤ $x - 2y + 7 = 0$

해설

거꾸로 $x - 2y - 1 = 0$ 을 x 축으로 -2 , y 축으로 $+1$ 이동시키면, 직선 l 과 겹치게 된다.

$$\Rightarrow (x + 2) - 2(y - 1) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x - 2y + 3 = 0 \quad \cdots \quad l$$

13. 직선 l 을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 다음 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선과 일치하였다. 이때, 직선 l 의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 8$ ② $y = \frac{1}{2}x - 4$ ③ $y = 2x + \frac{1}{2}$
④ $y = 2x - 4$ ⑤ $y = 2x - 8$

해설

직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓자.
이때, 이것을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한
직선의 방정식은 $y = ax + b + 3$
다시 이것을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $x = ay + b + 3$
즉, $x - ay - b - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의
접선의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(x + 1) + 2$
즉, $x - 2y + 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 이 일치하므로 계수를 비교하면
 $a = 2, -b - 3 = 5$
 $\therefore a = 2, b = -8$
따라서, 구하는 직선 l 의 방정식은 $y = 2x - 8$

14. 원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시켜 얻어진 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 x 축에 접하였다. 이 때, p 의 값은?

① 0 ② ± 1 ③ ± 2 ④ ± 3 ⑤ ± 4

해설

원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 $y^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이 된다.
이 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시킨다고 했으므로 구하는 도형의 방정식은 $(y - p)^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이다.
이 도형이 x 축에 접한다고 했으므로 p 는 ± 1

15. 원 $(x-3)^2 + y^2 = 4$ 를 $y = x$ 에 대해 대칭이동한 원의 중심이 직선 $y = 2x + k$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

중심 $(3, 0)$ 을 $y = x$ 에 대칭이동 시키면

$(0, 3)$ 이 된다

$\therefore 3 = 2 \times 0 + k$

$\therefore k = 3$

16. 두 포물선 $y = x^2 - 6x + 10$ 과 $y = -x^2 + 2x - 5$ 가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표는?

- ① $\left(5, \frac{3}{2}\right)$ ② $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(0, 2)$
④ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ ⑤ $(2, 5)$

해설

$$y = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -x^2 + 2x - 5 = -(x - 1)^2 - 4 \cdots \textcircled{2}$$

포물선 ①, ②의 꼭짓점의 좌표는

각각 $(3, 1)$, $(1, -4)$ 이고

두 포물선이 점 P 에 대하여 대칭이므로

점 P 는 두 포물선의 꼭짓점의 중점이다.

$$\frac{3+1}{2} = 2, \quad \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$$

따라서, 점 P 는 $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ 이다.

17. 점 $P(2,3)$ 를 직선 $x+y-3=0$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(-2,-1)$

② $(2,-1)$

③ $(-2,1)$

④ $(0,1)$

⑤ $(2,5)$

해설

대칭이동한 점을 $P' = (a,b)$ 라 하면,

i) $\overline{PP'}$ 의 기울기는 $y = -x + 3$ 에 수직이므로 1 이다.

$$\Rightarrow \frac{b-3}{a-2} = 1 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

ii) P, P' 의 중점은 $y = -x + 3$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{2+b}{2} = -\frac{(3+a)}{2} + 3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하면, $a=0, b=1$

$\therefore P' = (0,1)$

18. 두 점 A(3,4), B(2,5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 0

해설

중점이 $y = ax + b$ 위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분AB 와 $y = ax + b$ 는 서로 수직이므로,

$$\text{선분AB 의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

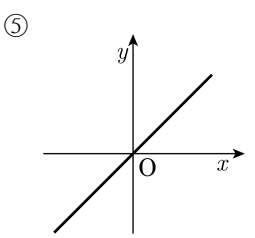
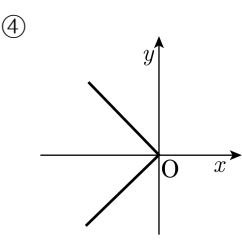
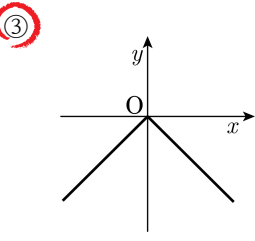
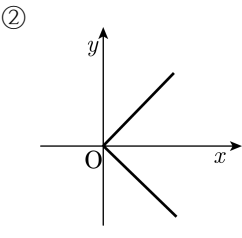
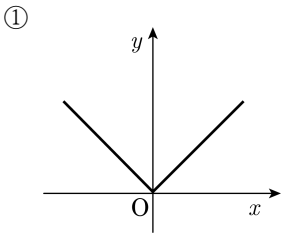
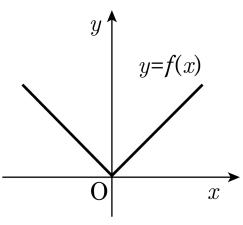
따라서, $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

19. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = -f(-x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



해설

$y = -f(-x)$, 즉 $-y = f(-x)$ 는 $y = f(x)$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입한 것이므로 $y = f(x)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.
따라서, $y = -f(-x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은 ③이다.

20. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{5}$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 3$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 에서 $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 16$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 4인 ⑤이다.