1. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

2. $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{11}}{6}, y = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{6}$ 일 때, $\frac{x+y}{\sqrt{11}} + \frac{x-y}{\sqrt{7}}$ 의 값은 ?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$$x+y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{11}}{6} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{6} = \frac{2\sqrt{11}}{6} = \frac{\sqrt{11}}{3}$$

$$x-y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{11}}{6} - \frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{6} = \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$(\text{준식}) = \frac{\sqrt{11}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{11}} + \frac{\sqrt{7}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15\end{aligned}$$

4. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a(a+b)(a-b) + b(a+b)(a-b)} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)^2 - b}{(a+b)^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$