

1. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

- ① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
 $\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
 $xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
 $yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
 $\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
 $= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
 $= -2xy$

2. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{126abc} &= \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc} \\ abc &= 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126 \\ abc &= 224 \text{ 또는 } abc = 504 \\ abc &= 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7) \\ abc &= 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7) \\ abc &= 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7) \\ abc &= 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8) \\ abc &= 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)\end{aligned}$$

3. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 7 < \sqrt{3n} < 9 \\ 49 < 3n < 81 \\ \frac{49}{3} < n < 27 \\ \therefore a = 26, b = 17 \end{aligned}$$

4. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

- ① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \text{㉠} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2}$ + ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

6. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

7. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\sqrt{10} - 2$
④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 에서

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

따라서, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$

8. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} f(n) &= \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{9}-\sqrt{8} \\ &= -1+3=2 \end{aligned}$$

9. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle$

$+ \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$

(주어진 식)

$$= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle$$

$$+ \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle$$

$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$

$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	...
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	...
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	...
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	...
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?

- ① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$ ③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$
④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$ ⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 &= \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \\ &= \left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2 \end{aligned}$$

12. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} g(x) &= (ax + b)f(x) \text{ 이므로} \\ 6x^2 - 5x - 4 &= (3x - 4)(2x + 1) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2) \\ &= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

13. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$

㉡ $a + 1$

㉢ $x^2 + 1$

㉣ $a - 1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x - a^2 - x + 1 \\ &= a^2(x - 1) - (x - 1) \\ &= (a^2 - 1)(x - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1)(x - 1)\end{aligned}$$

14. 다음 식의 값은?

$$\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2}$$

- ① 71 ② 86 ③ 98 ④ 115 ⑤ 138

해설

$$\begin{aligned} \frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2} &= \frac{2(319 + 181)(319 - 181)}{(37 + 13)(37 - 13)} \\ &= \frac{2 \times 500 \times 138}{50 \times 24} = 115 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$