

1. 비례식 $(x + y) : (x - y - 1) = 2 : 3$ 일 때, 이 식을 y 에 관해 풀면?

① $x = -8y + 1$

② $y = \frac{-x - 3}{11}$

③ $x = 2y + 1$

④ $y = \frac{-x - 2}{5}$

⑤ $x = -4y - 1$

해설

$$2(x - y - 1) = 3x + 3y$$

$$-5y = x + 2$$

$$\therefore y = \frac{-x - 2}{5}$$

2. 부등식 $\frac{x}{3} - \frac{2x-1}{2} < 0$ 이 참이 되게 하는 가장 작은 정수는?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

양변에 6을 곱하면

$$2x - 3(2x - 1) < 0$$

$$-4x < -3$$

$$\therefore x > \frac{3}{4}$$

따라서 참이 되게 하는 가장 작은 정수는 1이다.

3. 어떤 자연수의 $\frac{1}{2}$ 배에 -1 을 더한 수는 3 보다 작다. 이와 같은 자연수는 모두 몇 개인지 구하면?

① 1 개

② 4 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 10 개

해설

$\frac{1}{2}x - 1 < 3$, $x < 8$ 이므로 자연수는 7 개다.

4. $\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합은?

① 40

② 46

③ 48

④ 50

⑤ 55

해설

$\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10이 되어야 한다.
따라서 합은 46이다.

5. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

6. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$

② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$

③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}71\dot{4}$

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}2$

⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}7$

7. 다음 순환소수 중 정수가 아닌 것을 모두 구하면?

① $10.\dot{9}$

② $0.\dot{1}$

③ $1.\dot{9}$

④ $8.\dot{9}$

⑤ $2.\dot{1}$

해설

$$\textcircled{1} 10.\dot{9} = \frac{109 - 10}{9} = \frac{99}{9} = 11 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{3} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{4} 8.\dot{9} = \frac{89 - 8}{9} = \frac{81}{9} = 9 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 2.\dot{1} = \frac{21 - 2}{9} = \frac{19}{9}$$

8. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $(-3x^3)^2 = -3x^5$

② $(-2^2x^4y)^3 = 32x^7y^3$

③ $(2a^2)^4 = 16a^6$

④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$

⑤ $\left(-\frac{3y^2}{x}\right)^3 = -\frac{27y^5}{x^4}$

해설

① $(-3x^3)^2 = (-3)^2x^6 = 9x^6$

② $(-2^2x^4y)^3 = (-2^2)^3x^{12}y^3 = -64x^{12}y^3$

③ $(2a^2)^4 = 16a^8$

④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$

⑤ $\left(-\frac{3y^2}{x}\right)^3 = -\frac{27y^6}{x^3}$

9. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A 를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned}x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\&= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\&= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\&= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\&= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x}\end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

10. 안에 들어갈 가장 간단한 식을 구하여라.

$$3x - \left[7x - \{ 6x - 2y - (\text{□} + 2y) - 4x \} \right] = -4y + x$$

▶ 답:

▷ 정답: $-3x$

해설

$$3x - \left[7x - \{ 6x - 2y - (\text{□} + 2y) - 4x \} \right] = -4y + x$$

$$3x - 7x + 6x - 2y - \text{□} - 2y - 4x = -4y + x$$

$$-2x - 4y - \text{□} = -4y + x$$

$$\therefore \text{□} = -3x$$

11. $\frac{x}{3}(6-3x) - \frac{x}{2}(6x-8) - 3x = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $2A + 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x - x^2 - (3x^2 - 4x) - 3x \\ &= -4x^2 + 3x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = -4, B = 3$$

$$\therefore 2A + 3B = 2 \times (-4) + 3 \times 3 = 1$$

12. $(3x^2 - 9xy) \div 3x - (6xy - 8y^2) \div (-2y)$ 를 계산하면?

① $4x - 7y$

② $4x + 7y$

③ $2x - 7y$

④ $2x + 7y$

⑤ $2x - y$

해설

$$(3x^2 - 9xy) \div 3x - (6xy - 8y^2) \div (-2y)$$

$$\frac{3x^2}{3x} - \frac{9xy}{3x} - \frac{6xy}{-2y} - \frac{-8y^2}{-2y}$$

$$= x - 3y + 3x - 4y = 4x - 7y$$

13. $4 - 2a > -2$ 일 때, $2ax - 3a \leq 6x - 9$ 의 해는?

① $x \leq \frac{3}{2}$

② $x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \leq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq -\frac{3}{2}$

⑤ 해가 존재하지 않는다.

해설

$$4 - 2a > -2 \text{ 이므로 } a < 3$$

$$2ax - 3a \leq 6x - 9$$

$$2ax - 6x \leq 3a - 9$$

$$\therefore (2a - 6)x \leq 3a - 9$$

$$2(a - 3)x \leq 3(a - 3)$$

$$\therefore x \geq \frac{3}{2} \quad (\because a - 3 < 0)$$

14. 두 부등식 $3x - 6 < 5x + 4$, $x - 4 > ax - 5$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 에 대하여 $5a - 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3x - 6 < 5x + 4 \text{에서 } -2x < 10 \therefore x > -5$$

$$x - 4 > ax - 5 \text{에서 } x - ax > 4 - 5 \Rightarrow (1 - a)x > -1$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$1 - a > 0 \text{이고 해는 } x > \frac{-1}{(1 - a)}$$

$$-5 = \frac{-1}{(1 - a)} \Rightarrow -5 + 5a = -1 \Rightarrow 5a = 4$$

$$\therefore a = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 5a - 4 = 0$$

15. 부등식 $6x - a \leq 3 + 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 < a < 7$

② $5 \leq a < 7$

③ $4 \leq a < 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 < a \leq 7$

해설

$$6x - a \leq 3 + 4x$$

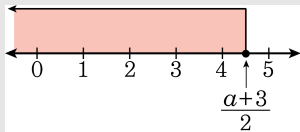
$$6x - 4x \leq 3 + a$$

$$2x \leq 3 + a$$

$$\therefore x \leq \frac{3+a}{2}$$

x 는 자연수이고, 개수가 4개이므로 x 가 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4이다.

$\frac{3+a}{2}$ 의 범위는 $4 \leq \frac{3+a}{2} < 5$ 이어야 하므로 $5 \leq a < 7$ 이다.



16. 사다리꼴의 윗변의 길이는 20 cm 이고, 아랫변의 길이는 15 cm, 높이가 10 cm 라고 한다. 윗변의 길이를 x cm 늘여서 넓이를 250 cm^2 이상으로 하려고 할 때, x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 15$

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (\text{밑변의 길이} + \text{윗변의 길이}) \times (\text{높이})$$

윗변의 길이를 x cm 늘였으므로 윗변의 길이는 $(x+20)$ cm 이다.

$$\therefore \frac{1}{2} \times (15 + 20 + x) \times 10 \geq 250$$

정리하면

$$5(x + 35) \geq 250$$

$$x + 35 \geq 50$$

$$\therefore x \geq 15$$

17. 철민이는 하나의 층이 2m 인 아파트에 살고 있다. 엘리베이터를 타고 올라갈 때는 초당 2m 를 올라가고 내려올 때는 초당 3m 를 내려온다. 철민이가 1 층에서 엘리베이터를 타고 집에 들렀다가 다시 1 층으로 오는 데 걸리는 시간은 30 초 이상이라고 한다. 철민이는 최소 몇 층 이상에서 살고 있다고 생각할 수 있는지 구하여라.



답 :

층



정답 : 19층

해설

철민이네 집이 x 층이라고 하면 1 층에서 x 층까지의 거리는 $2(x-1)m$ 이다.

올라갈 때 걸리는 시간은 $\frac{2(x-1)}{2}$ (초),

내려올 때 걸리는 시간은 $\frac{2(x-1)}{3}$ (초)이다.

$$\frac{2(x-1)}{2} + \frac{2(x-1)}{3} \geq 30$$

$$6(x-1) + 4(x-1) \geq 180$$

$$10x - 10 \geq 180$$

$$x - 1 \geq 18$$

$$x \geq 19$$

철민이는 최소 19 층 이상에서 살고 있다.

18. 10%의 소금물 500 g에서 최소 몇 g의 물을 증발시키면 농도가 18% 이상의 소금물이 되겠는가?

① 22 g

② 220 g

③ 240 g

④ $\frac{2000}{18}$ g

⑤ $\frac{2000}{9}$ g

해설

증발시켜야 할 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{10}{100} \times 500 \geq \frac{18}{100} (500 - x)$$

$$5000 \geq 18(500 - x)$$

$$2500 \geq 4500 - 9x$$

$$9x \geq 2000$$

$$\therefore x \geq \frac{2000}{9}$$

19. $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$$

$$2 < a < \frac{53}{10}$$

$$2 < a < 5.3$$

20. 두 순환소수 $0.\dot{a}b$, $0.\dot{b}a$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a + b + 10b + a}{99} &= \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9} \\ &= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

21. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\frac{125}{4}$

② $\frac{145}{4}$

③ $\frac{175}{4}$

④ $\frac{225}{4}$

⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9} \quad \therefore a = 15$$

$$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15} \quad \therefore b = \frac{15}{4}$$

$$\therefore ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$$

22. 다음 중 방정식 $\frac{1}{5}x + 0.3(x-1) = 0.7$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식을 모두 골라라.

㉠ $x - 3 > 3$

㉡ $x + 2(x - 3) \geq (x + 2)$

㉢ $3x - 2 > x - 4$

㉣ $2(x + 1) + 3 \geq x - 5$

㉤ $3x - 9 > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

$\frac{1}{5}x + 0.3(x-1) = 0.7$ 을 풀면 $x = 2$ 이므로

$x = 2$ 를 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.

㉢ $3 \times 2 - 2 = 4 > 2 - 4 = -2$

㉣ $2(2 + 1) + 3 = 9 \geq 2 - 5 = -3$

23. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

2, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32, \dots$ 이므로

2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.

$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$

3, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243, \dots$ 이므로

3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$

$\therefore 2 \times 9 = 18$

24. $\left(\frac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\frac{2y}{x^2}\right)^2 = \frac{4y^b}{x}$ 에서 자연수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{좌변}) &= \left(\frac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\frac{2y}{x^2}\right)^2 \\
 &= \frac{x^6}{y^2} \times \frac{1}{x^{3a} y^{-6}} \times \frac{4y^2}{x^4} \\
 &= \frac{4x^6 y^2}{x^{3a+4} y^{-4}} = 4 \times x^{6-3a-4} \times y^{2-(-4)} \\
 &= 4 \times x^{2-3a} \times y^6
 \end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = \frac{4y^b}{x} = 4 \times x^{-1} \times y^b$$

따라서 $a = 1$, $b = 6$ 이다.

25. 두 자연수 x, y 에 대하여 $x = y^z$ 을 $\langle x : y \rangle = z$ 으로 나타내기로 할 때, $\langle 81 : a \rangle + \langle 64 : 2 \rangle = b$ 를 만족하는 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\langle 81 : a \rangle$ 에서 $81 = 3^4$ 이므로 $a = 3$

$\therefore \langle 81 : 3 \rangle = 4$

$\langle 64 : 2 \rangle$ 에서 $64 = 2^6$ 이므로 $\langle 64 : 2 \rangle = 6$

따라서 $\langle 81 : 3 \rangle + \langle 64 : 2 \rangle = 4 + 6 = 10$ 이므로 $b = 10$

$\therefore a + b = 3 + 10 = 13$