

1. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

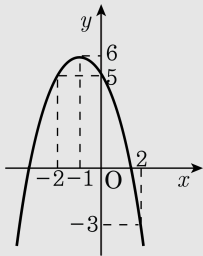
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



2. 이차함수 $y = x^2 - px + q$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 단 한 점에서 만나도록 p, q 의 값을 정할 때, $p+q$ 의 값으로 가능한 수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = x^2 - px + q \cdots \textcircled{㉠}$ 의 그래프는

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 1 - p + q$

$\therefore p = q \cdots \textcircled{㉡}$

또, $\textcircled{㉠}$ 의 그래프가 x 축과 단 한 점에서 만나므로,

$\textcircled{㉠}$ 에서 $y = 0$ 으로 한 이차방정식

$x^2 - px + q = 0$ 은 중근을 갖는다.

따라서 판별식을 D 라 하면

$D = p^2 - 4q = 0 \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서 $p^2 - 4p = 0$

$\therefore p(p - 4) = 0 \quad \therefore p = 0, 4$

$\therefore p = 0, q = 0$ 또는 $p = 4, q = 4$

3. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 30 cm^2

② 32 cm^2

③ 34 cm^2

④ 36 cm^2

⑤ 38 cm^2

해설

가로의 길이를 $x\text{ m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{ m}$, 넓이를 $y\text{ m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(12 - x) \\&= -x^2 + 12x \\&= -(x^2 - 12x + 36 - 26) \\&= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때 넓이의 최댓값은 36 m^2 이다.

4. $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④ $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

5. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\&= -5(t - 3)^2 + 67\end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$