1. $a > 0, b < 0$일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$를 간단히 하면?

① $2a - 2b$　② $2a$　③ $-2b$

④ $2a + 2b$　⑤ 0

해설

$a > 0,\ b < 0$이므로

$|a| + |b| + |-a| + |-b|$

$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$

2. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

① $3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$　② $3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$　③ 9

④ $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$　⑤ $7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

해설

$$(\text{주어진 식}) = \frac{\frac{x^3 + y^3}{(xy)^3}}{\frac{x+y}{xy}}$$

$$= \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{(x+y)(xy)^2}$$

$$= \frac{(x+y)^2 - 3xy}{(xy)^2}$$

조건에서 $x + y = 2\sqrt{3},\ xy = 1$

$$\therefore\ (\text{주어진 식}) = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 1^2}{1} = 9$$

3. $y = \sqrt{2x}$의 그래프를 x축으로 m만큼 y축으로 n만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$과 일치한다. $n - m$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

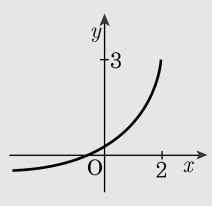
$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$이므로
$y = \sqrt{2x}$를 x축으로 -3만큼
y축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
$\therefore n - m = 1$

4. 무리함수 $y=-\sqrt{-2(x-2)}+3$가 지나는 모든 사분면은?

① 1 , 2 사분면　　② 1 , 4 사분면
③ 1 , 2 , 3 사분면　　④ 2 , 3 , 4 사분면
⑤ 1 , 3 , 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2,3)$ 이고 $(0,1)$ 을 지나므로
$\therefore$ 1, 2, 3 사분면을 지난다.



5. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

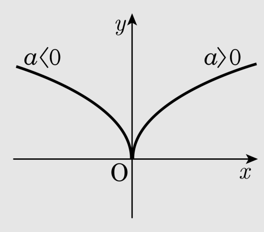
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$일 때와 $a < 0$일 때의 $y = \sqrt{ax}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



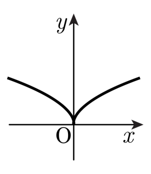
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
$a < 0$일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$이므로 ①은 틀린 것이다.

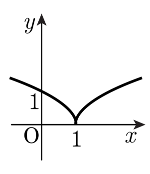
6. 두 곡선 $y=\sqrt{x+1}$, $x=\sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

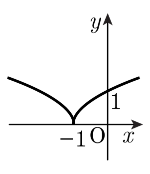
① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$ ② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$
③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$
⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

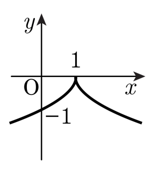
해설
두 곡선 $y=\sqrt{x+1}$ 과 $x=\sqrt{y+1}$은
직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$y=\sqrt{x+1}$ 과 $y=x$ 의 교점을 구하면 된다.
$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

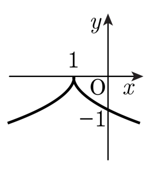
7. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

①


②


③


④


⑤


해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

8. 무리식 $\sqrt{2x+5}+\sqrt{15-3x}$가 실수값을 갖도록 하는 정수 x의 개수는?

① 6 개　② 7 개　③ 8 개　④ 9 개　⑤ 10 개

해설

$2x+5 \geq 0,\ 2x \geq -5 \quad \therefore x \geq -2.5$

$15-3x \geq 0,\ 15 \geq 3x \quad \therefore 5 \geq x$

$\therefore -2.5 \leq x \leq 5$

$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 총 8 개

9. $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a+\frac{1}{b}$의 값은?

① $\sqrt{3}$　　② $2+\sqrt{3}$　　③ $2-\sqrt{3}$

④ $4+\sqrt{3}$　　⑤ $4-\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{19-2\sqrt{48}} = \sqrt{16}-\sqrt{3} = 4-\sqrt{3}$

$1 < \sqrt{3} < 2$

$-2 < -\sqrt{3} < -1$

$2 < 4-\sqrt{3} < 3$

$a = 2, b = 4-\sqrt{3}-2 = 2-\sqrt{3}$

$a+\frac{1}{b} = 2+\frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+(2+\sqrt{3}) = 4+\sqrt{3}$

10. $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{3}(2x-1)}{1-\sqrt{1-x}}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$1-\sqrt{1-x} = 1-\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1-\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{4}}$$

$$= 1-\frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}(2x-1)}{1-\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}\left(2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)}{\frac{3-\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{2(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})} = 2$$

11. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$일 때, $x^2 - 6x + 10$의 값을 구하면?

① -2　② 0　③ $2\sqrt{2}$　④ 3　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

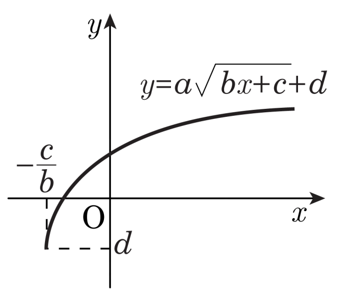
$x = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2}$

$x - 3 = \sqrt{2}$, 양변을 제곱하면

$x^2 - 6x + 9 = 2$, 양변에 1을 더하면

$\therefore\ x^2 - 6x + 10 = 3$

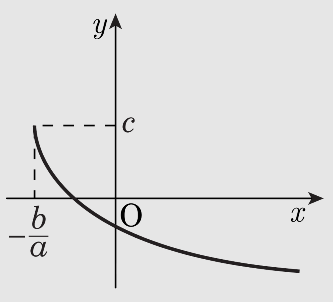
12. 함수 $y = a\sqrt{bx+c}+d$의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y = d\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 반드시 지나는 사분면은?



① 제 1사분면　② 제 2사분면　③ 제 3사분면
④ 제 2, 4사분면　⑤ 제 3, 4사분면

해설

$\frac{-c}{b} < 0, d < 0, a > 0$



13. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$의 최댓값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$에서
$x \geq 0,\ 8 - x \geq 0$이므로
정의역은 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$, $f(x) \geq 0$이므로
$\{f(x)\}^2$이 최대일 때 $f(x)$도 최대이고
$\{f(x)\}^2 = x + 2\sqrt{8x - x^2} + 8 - x = 8 + 2\sqrt{8x - x^2}$
이때, $y = 8x - x^2 = -(x-4)^2 + 16$이므로
$0 \leq x \leq 8$에서 $x = 4$일 때 최댓값 16을 가진다.
따라서 $x = 4$일 때 $\{f(x)\}^2$은
최댓값 16을 가지므로
$f(x)$의 최댓값은 4이다.

14. 두 집합 $\mathrm{A} = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $\mathrm{B} = \{(x, y) \mid y = x + k\}$에서 $n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 2$일 때, 상수 k의 값의 범위를 구하면?

① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
④ $1 \le k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \le k \le \frac{5}{4}$

해설

$n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 2$는 $y = \sqrt{x+1}$과
$y = x + k$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$\sqrt{x+1} = x + k$

$x + 1 = x^2 + 2kx + k^2 (x \ge -1)$

$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0\ (x \ge -1)$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$

$-4k + 5 = 0$

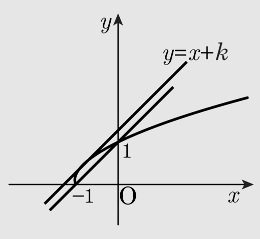
$\therefore k = \frac{5}{4}$

(ii) 직선 $y = x + k$ 가 점 $(-1,\ 0)$을 지날 때

$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$

(i), (ii)에 의하여

$\therefore 1 \le k < \frac{5}{4}$



15. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3x+4} - 2$ 에 대하여 $\left(g \circ \left(f^{-1} \circ g\right)^{-1} \circ g\right)(4)$ 의 값을 구하면?

① -1　② $-\dfrac{3}{4}$　③ $\dfrac{1}{3}$　④ $\dfrac{2}{3}$　⑤ $\dfrac{5}{4}$

해설

$$
\begin{aligned}
&\left(g \circ \left(f^{-1} \circ g\right)^{-1} \circ g\right)(4) \\
&= \left(g \circ \left(g^{-1} \circ f\right) \circ g\right)(4) \\
&= \left(\left(g \circ g^{-1}\right) \circ f \circ g\right)(4) \\
&= (f \circ g)(4)
\end{aligned}
$$

이때, $g(4) = \sqrt{3 \cdot 4 + 4} - 2 = 2$ 이므로

구하는 값은 $f(g(4)) = f(2) = \dfrac{1}{3}$ 이다.