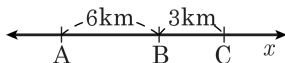


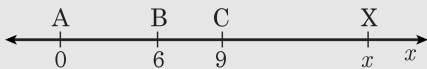
1. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?



- ① 6 km ② 9 km ③ 12 km
 ④ 15 km ⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)

A 마을과 X 마을 사이의 거리는

C 마을과 X 마을 사이의 거리의 2 배이므로

$$|x - 0| = 2|x - 9|$$

$$\text{곧, } |x| = 2|x - 9|$$

$$\therefore 2(x - 9) = \pm x$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 18$$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X 마을과 B 마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12$ (km)

2. 두 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 하면, $\triangle OPQ$ 의 무게중심은 $G(-1, 1)$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$P(x, 0)$, $Q(0, y)$ 라 하면,

$$\frac{0 + x + 0}{3} = -1, \frac{0 + 0 + y}{3} = 1 \text{에서}$$

$$x = -3, y = 3$$

$$\therefore P(-3, 0), Q(0, 3)$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{에서}$$

$$(a + 3)^2 + 4^2 = (1 + 3)^2 + b^2$$

$$a^2 + 6a + 9 = b^2$$

$$\overline{QA}^2 = \overline{QB}^2 \text{에서}$$

$$a^2 + (4 - 3)^2 = 1^2 + (b - 3)^2$$

$$a^2 = b^2 - 6b + 9$$

두 식을 변변 빼고 정리하면 $a - b = -3$

3. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{5}$

해설

세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \overline{BC}$ 의 기울기 = $\overline{AB}$ 의 기울기

$$\Rightarrow \frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2}{7}$$

4. 두 직선 $kx + 2y + 3 = 0$, $2x + ky + 4 = 0$ 이 서로 평행하도록 양수 k 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고
 y 절편은 달라야 한다.

$$\frac{k}{2} = \frac{2}{k} \neq \frac{3}{4} \quad \therefore k^2 = 4$$

따라서 양수 k 의 값은 2이다.

5. 점 $P(1, 2)$ 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $4\sqrt{2}$

④ 2

⑤ 3

해설

($\overline{PH}$ 의 길이)

= (점 $P(1, 2)$ 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

6. 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$

② $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$

③ $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

해설

① $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$

② $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{3}{4}$

③ $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

④ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

7. x 축에 접하는 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 의 중심의 좌표가 $(3, -2)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

중심의 좌표가 $(3, -2)$ 인 원이 x 축에 접하므로
반지름의 길이는 2 이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -6 + 4 + 9 = 7$$

8. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 보인 것이다.

직선 BC를 x 축, 변 BC의 수직이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라고 하자. (단, $b \neq 0$, $c > 0$)

(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일 때 직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{(가)}} \left(x - \frac{a+c}{2} \right) + \frac{b}{2}$$

$$= \boxed{\text{(가)}}x + \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{7}$$

같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고 변 AB에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a+c}{b}x + \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{8}$$

두 직선 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직이등분선은 y 축 위의 점 $(0, \boxed{\text{(나)}})$ 에서 만난다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때

$\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 세 변의 수직이등분선은 D 또는 E에서 만난다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

위

의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형
- ② $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형
- ③ $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ④ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ⑤ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

해설

직선 AC의 기울기가 $\frac{b}{a-c}$ 이므로
변 AC에 수직인 직선의 기울기를 m 이라 하면 $\frac{b}{a-c} \cdot m = -1$ 에서 $m = -\frac{a-c}{b}$ 이다.

이때, 중점 E $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b}{2} \right)$ 이므로 변

AC에 수직인 직선의 방정식은

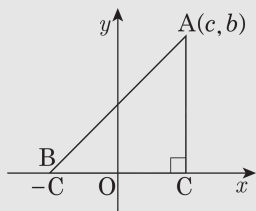
$$y = \left[-\frac{a-c}{b} \right] \left(x - \frac{a+c}{2} \right) + \frac{b}{2}$$

$$= -\frac{a-c}{b}x + \frac{a^2-c^2}{2b} + \frac{b}{2}$$

$$= \left[-\frac{a-c}{b} \right] x + \left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2b} \right]$$

즉, (가), (나)에 들어갈 것은 차례로 $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$ 이다.

한편, $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때는 다음 그림에서 보면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.



9. 직선 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB}$ 의 중점을 $A * B$, $\overline{AB}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점을 $A \odot B$, $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중 $B \star (A \odot B)$ 와 같은 것을 모두 고르면?

① $A * B$

② $A \star B$

③ $(A \star B) * (A \odot B)$

④ $(A \star B) \odot A$

⑤ $(B * A) \odot (B \star A)$

해설

두 점 A, B의 좌표를 각각 a, b 라 하면

$$\begin{aligned} B \star (A \odot B) &= \frac{b + 2 \cdot \frac{3a + b}{4}}{3} \\ &= \frac{a + b}{2} = A * B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A \star B) * (A \odot B) &= \frac{\frac{a + 2b}{3} + \frac{3a + b}{4}}{2} \\ &= \frac{13a + 11b}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A \star B) \odot A &= \frac{3 \cdot \frac{a + 2b}{3} + a}{4} = \frac{a + b}{2} \\ &= A * B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (B * A) \odot (B \star A) &= \frac{3 \cdot \frac{a + b}{2} + \frac{2a + b}{3}}{4} \\ &= \frac{13a + 11b}{24} \end{aligned}$$

10. 좌표평면 위의 네 점 $A(-3, -3)$, $B(3, -3)$, $C(3, 5)$, $D(-3, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $ABCD$ 가 있다. $ABCD$ 의 넓이를 이등분하는 직선이 항상 지나는 점 E 의 좌표는?

① $(-4, 0)$

② $(0, 1)$

③ $(0, 2)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(4, 3)$

해설

좌표평면 위에 네 점 A , B , C , D 를 그리면
대각선의 교점은 $\overline{AC}$ 의 중점이다.

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-3+5}{2} \right) = (0, 1)$$

따라서 $ABCD$ 의 넓이를 이등분하는 직선은
항상 $(0, 1)$ 을 지난다

11. 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,3)$ 에 대하여 선분 OA, AB, BO 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R 라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

⑤ $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

해설

$P(x_1, y_1)$ 이라 하면

$$x_1 = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2 + 1},$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{2 + 1}$$

$$\therefore P\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

점 Q, R 도 마찬가지로 방법으로 계산하면

$$Q\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3}}{3}, \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

12. 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0)에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y + 1 = 0$

② $x + 2y + 3 = 0$

③ $x - 3y - 2 = 0$

④ $x - 4y + 5 = 0$

⑤ $x - 5y + 4 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 &= (x-2)^2 + (y-1)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 \\ &= x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{BP}^2 &= (x-1)^2 + (y-3)^2 \\ &= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 \\ &= x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= (x-2)^2 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + 4 + y^2 \\ &= x^2 - 4x + y^2 + 4\end{aligned}$$

$2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 에서

$$\begin{aligned}2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 &= \\ 3(x^2 - 4x + y^2 + 4)\end{aligned}$$

$$3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$$

$$2x - 10y + 8 = 0$$

$$\therefore x - 5y + 4 = 0$$

13. 두 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 과 $2x - 3y + 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

- I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.
 II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.
 III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

① I

② II

③ III

④ I, III

⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a + 2b - 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a - 3b + 1|}{\sqrt{13}}$$

$$3a + 2b - 1 = 2a - 3b + 1 \text{ 또는}$$

$$3a + 2b - 1 = -2a + 3b - 1 \text{ 이므로}$$

$$a + 5b - 2 = 0, 5a - b = 0 \text{ 에서}$$

$$x + 5y - 2 = 0, 5x - y = 0$$

$$\text{즉, } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \text{ 와}$$

$y = 5x$ 위에 있는 모든 점들은

주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.

I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.

$$\text{II. } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$

위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.

III. $y = 5x$ 로 x 가 정수일 때,
 y 좌표는 5의 배수이다.

14. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1,0)$, $B(2,0)$, $C(1,3)$ 이 있다. $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P 가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P 가 그리는 도형의 길이는?

① $\frac{\sqrt{10}}{2}$

② $\sqrt{2}$

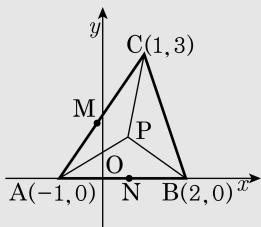
③ 2

④ $\sqrt{10}$

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P 가 $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고
 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$$\therefore \triangle BPC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

점 P 는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M , N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0, \frac{3}{2}\right)$, $N\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

점 P 의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

15. 중심이 x 축 위에 있고 두 점 $(-1, 4)$, $(6, 3)$ 을 지나는 원의 방정식은?

① $(x-2)^2 + y^2 = 5$

② $(x+2)^2 + y^2 = 5$

③ $(x-2)^2 + y^2 = 25$

④ $(x+1)^2 + y^2 = 25$

⑤ $(x+2)^2 + y^2 = 25$

해설

원의 중심의 좌표를 $(a, 0)$,

반지름의 길이를 r 라 하면,

원의 방정식은 $(x-a)^2 + y^2 = r^2 \cdots \textcircled{1}$

이 원이 두 점 $(-1, 4)$, $(6, 3)$ 을 지나므로,

$x = -1$, $y = 4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$(-1-a)^2 + 4^2 = r^2$$

$$\therefore a^2 + 2a + 17 = r^2 \cdots \textcircled{2}$$

$x = 6$, $y = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$(6-a)^2 + 3^2 = r^2$$

$$\therefore a^2 - 12a + 45 = r^2 \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ 을 하면, $14a - 28 = 0$, $\therefore a = 2$

$a = 2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면, $r^2 = 25$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2 + y^2 = 25$