

1. $(a^4 \times a^2)^\square = a^{24}$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$a^4 \times a^2 = a^6 \text{ 이므로}$$

$$(a^6)^\square = a^{24}$$

$$6 \times \square = 24$$

$$\therefore \square = 4$$

2. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$

② $-125x^6y^3$

③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$

⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$$

3. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

5. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

6. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a = 3, b = 2$
 $\therefore a + b = 5$

7. $\left(\frac{5x^a}{y}\right)^b = \frac{125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\left(\frac{5x^a}{y}\right)^b = \frac{5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, \quad b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, \quad a = 3$$

$$b = 3c = 3, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 3 + 1 = 7$$

8. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C$ 를 구하여라.

$\textcircled{\text{㉠}} \quad a^A \div a^3 = \frac{1}{a}$

$\textcircled{\text{㉡}} \quad (x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4}$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad (y^3)^C \times y \times y^5 = y^{18}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉠}} \quad a^A \div a^3 &= \frac{1}{a^{3-A}} = \frac{1}{a} \\ 3-A &= 1 \quad \therefore A = 2 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉡}} \quad (x^B)^3 \div (x^2)^5 &= \frac{1}{x^{2 \times 5 - B \times 3}} = \frac{1}{x^4} \\ 2 \times 5 - B \times 3 &= 4 \quad \therefore B = 2 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉢}} \quad (y^3)^C \times y \times y^5 &= y^{3 \times C + 1 + 5} \\ &= y^{3 \times C + 6} = y^{18} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 3 \times C + 6 &= 18 \quad \therefore C = 4 \\ \therefore A + B + C &= 2 + 2 + 4 = 8 \end{aligned}$$

9. $a = 5^{x+1}, b = 2^{x-2}$ 일 때, 10^x 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

- ① $\frac{2ab}{5}$ ② $\frac{4ab}{5}$ ③ ab ④ $\frac{5ab}{4}$ ⑤ $\frac{5ab}{2}$

해설

$a = 5 \times 5^x, b = 2^x \div 2^2$ 이므로

$$5^x = \frac{a}{5}, 2^x = 4b$$

$$\therefore 10^x = (2 \times 5)^x = 2^x \times 5^x = 4b \times \frac{a}{5} = \frac{4ab}{5}$$

10. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

11. $(a^xb^yc^z)^n = a^{21}b^{35}c^{14}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 21 \ 35 \ 14} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$n = 7, \ x = 3, y = 5, \ z = 2$$

$$\therefore \ x + y + z = 3 + 5 + 2 = 10$$

12. $5^{x+1}(2^{x+1} + 2^x)$ 을 간단히 하면?

① $5x^{10}$

② $10x^{10}$

③ 10^{x+1}

④ $10 \times 10^{x+1}$

⑤ 15×10^x

해설

$$\begin{aligned} &5^{x+1}(2^{x+1} + 2^x) \\ &= 5^x \times 5 \times (2 \times 2^x + 2^x) \\ &= 5 \times 5^x \times 3 \times 2^x \\ &= 15 \times (5 \times 2)^x \\ &= 15 \times 10^x \end{aligned}$$

13. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

14. $1 \leq \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$1^{100} \leq \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$$

$$1 \leq \frac{n^2}{16} \leq \frac{27}{16}$$

$$16 \leq n^2 \leq 27$$

따라서 $16 \leq n^2 \leq 27$ 를 만족하는 자연수 $n = 4, 5$ 이다.

15. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로

순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

16. 부등식 $3^{10} < x^{10} < 4^{20}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$3^{10} < x^{10} < (4^2)^{10}$$

$$3 < x < 4^2$$

따라서 만족하는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
로 12 개 이다.

17. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(5^3)^{x+2} &= 5^{-2x+11} \\ 5^{3x+6} &= 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x = 1\end{aligned}$$

18. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

19. 다음 두 식 ㉠, ㉡의 계수의 합은?

㉠ $(2x)^2 \times 3xy^2$

㉡ $(4xy)^2 \times \left(-\frac{1}{2xy^2}\right)$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

㉠ $(2x)^2 \times 3xy^2 = 12x^3y^2$

㉡ $(4xy)^2 \times \left(-\frac{1}{2xy^2}\right) = -8x$

따라서 계수의 합은 $12 + (-8) = 4$ 이다.

20. $x = 2$, $y = 3$ 일 때 $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 \div \frac{1}{3}x^2y^3 \times \frac{1}{2}xy$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4}{9}x^2y^4 \times \frac{3}{x^2y^3} \times \frac{1}{2}xy \\ &= \frac{2}{3}x^{2-2+1}y^{4-3+1} \\ &= \frac{2}{3}xy^2 = \frac{2}{3} \times 2 \times 3^2 = 12 \end{aligned}$$

21. $(2x^2y)^a \div 2x^by \times 4x^3y^2 = cx^4y^3$ 일 때, $|a - c + b|$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(2x^2y)^a \div 2x^by \times 4x^3y^2 = cx^4y^3$$

$$\frac{2^a x^{2a} y^a}{2x^by} \times 4x^3y^2 = cx^4y^3$$

$$2^{a+1} x^{2a-b+3} y^{a+1} = cx^4y^3$$

$$2^{a+1} = c, \quad 2a - b + 3 = 4, \quad a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 3, \quad c = 8$$

$$\therefore |a - c + b| = |-6 + 3| = 3$$

22. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

- ① $\pm a^2b^3$
- ② $\pm 2a^3b^3$
- ③ $\pm 3a^2b^3$
- ④ $\pm 3a^3b^3$
- ⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 는 $\frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 로 나타낼 수 있다.

이 식을 다시 정리하면,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4$ 이고 이는,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4$ 이므로 $\square = \pm 3a^2b^3$ 이다.

23. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하라.

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

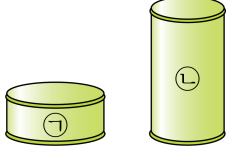
해설

$$4x^8y^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$$

$$-\frac{4}{xy^4} \times \square = 8x$$

$$\square = -2x^2y^4$$

24. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이)이므로

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

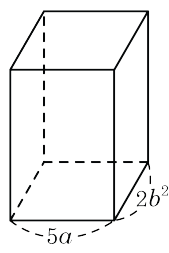
$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

25. 다음 그림은 밑면의 가로 길이 $5a$, 세로 길이가 $2b^2$ 인 직육면체이다. 이 직육면체의 부피가 $40a^3b^4$ 일 때, 높이는?

- ① $2a^2b^3$ ② $3a^3b^2$ ③ $4a^2b^2$
 ④ $5a^4b^2$ ⑤ $6a^2b^5$



해설

$$40a^3b^4 = 5a \times 2b^2 \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = 40a^3b^4 \div 5a \div 2b^2 = 4a^2b^2$$

26. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

27. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10} MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,
 $x = 2^8 = 256$

28. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

㉠ $\frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$	㉡ $\frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2$	㉢ $\left\{\frac{1}{3}(a^2b)^2\right\}^2$
㉣ $\left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3}$	㉤ $\frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3}\right)^2$	㉥ $\frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3}\right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{㉢} \left(\frac{1}{3}a^4b^2\right)^2 = \frac{a^8b^4}{9}$$

$$\textcircled{㉣} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{a}{9} \times \frac{a^2b^4}{9} = \frac{a^3b^4}{81}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^3}{27}$$

29. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

30. $4xy \div (x^2y) \times \left(\frac{xy}{2}\right)^2$ 을 계산하면?

- ① $\frac{16}{x^3y^2}$ ② $\frac{8}{x^3y^2}$ ③ $2xy^2$ ④ xy^2 ⑤ x^2y^2

해설

$$4xy \times \frac{1}{x^2y} \times \frac{x^2y^2}{4} = xy^2$$

31. $(a^3)^x \div (a^2)^3 \div (a^x)^2 = \frac{1}{a}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$a^{3x} \div a^6 \div a^{2x} = a^{-1}$$

$$3x - 6 - 2x = -1$$

$$\therefore x = 5$$

32. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

33. 유리수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{2b}{a}\right)^2 \approx \pi$ 이다. 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이와 한 변의 길이가 $2kr$ 인 정사각형의 넓이가 같을 때, 유리수 k 를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{b}{a}$

해설

(반지름의 길이가 r 인 원의 넓이) $= \pi r^2$
(한변의 길이가 $2kr$ 인 정사각형의 넓이)

$$= (2kr)^2 = 4k^2r^2$$

$$\text{따라서 } \pi r^2 = 4k^2r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 \approx \pi \text{ 이므로}$$

$$\pi r^2 \approx \left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 r^2 = 4k^2r^2$$

$$\left(\frac{2b}{a}\right)^2 = 4k^2 = (2k)^2$$

$$\frac{2b}{a} = 2k$$

$$\therefore k = \frac{b}{a}$$