

1. $X = \{x|x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

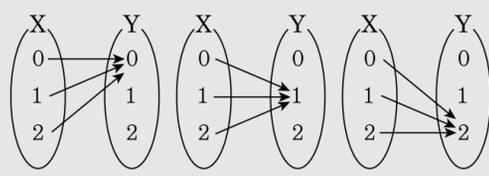
$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

2. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

3. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + b) \\ &= -(ax + b) + a = -ax + a - b \text{ 이므로 } -ax + a - b = 2x - 4 \\ \text{그런데, 이것은 } x \text{ 에 대한 항등식이므로} \\ a &= -2, b = 2 \\ \therefore ab &= -4\end{aligned}$$

4. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \text{㉠}$$

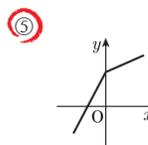
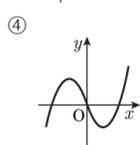
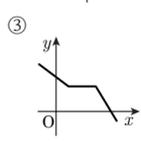
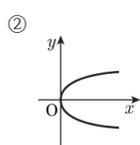
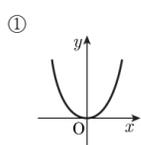
$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

5. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?



해설

주어진 그래프 중 일대일 대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

6. 함수 $f(x) = ax + b (a > 0)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 이 함수 $f(x)$ 와 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = 1, b = 0$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = 0$

④ $a = 2, b = 1$ ⑤ $a = 3, b = 0$

해설

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) = f(x) \text{ 에서 } f(f(x)) &= x \\ f(f(x)) &= af(x) + b \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \\ a^2x + ab + b &= x \\ \therefore a^2 &= 1, ab + b = 0 \\ \therefore a &= 1, b = 0 \end{aligned}$$

7. $f(x) = 2x - 3$ 이고 $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x) = x$$

$$\Leftrightarrow g(f(2x)) = x$$

$$f(2x) = 2 \cdot 2x - 3 = 4x - 3$$

$$\therefore g(f(2x)) = g(4x - 3) = x$$

$$4x - 3 = 1 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 이므로}$$

$$g(4x - 3) = x \text{ 의 양변에 } x = 1 \text{ 을 대입하면 } g(1) = 1$$

8. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

9. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

10. 분수식 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② $1-a$ ③ $1-a^2$
④ $1+a^2$ ⑤ $1+a$

해설

$$\begin{aligned} \text{준식} &= \frac{1}{1-\frac{1}{a-1}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1-a^2 \end{aligned}$$

11. $x^2 \neq 1$ 이고, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때, $f(-x)$ 를 $f(x)$ 를 사용해서 나타내면 무엇인지 고르면?

- ① $f(x)$ ② $-f(x)$ ③ $\{f(x)\}^2$
④ $\frac{1}{f(x)}$ ⑤ $2f(x)$

해설

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

12. 다음 보기의 함수 중 일대일대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $f(x) = 2x - 3$

㉡ $g(x) = x^2 + x$

㉢ $h(x) = |x| - 2$

㉣ $k(x) = x^3$

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉠, ㉣은 증가함수이므로 일대일대응
㉡ $g(-2) = g(1) = 2$ 이므로
일대일대응이 아니다.
㉢ $h(-2) = h(2) = 0$ 이므로
일대일대응이 아니다.
그러므로 일대일대응인 것은 2 개이다.

13. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -4x - 5$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -3 ⑤ -5

해설

$h(x) = ax + b$ 로 놓으면
 $(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(2x + 3)$
 $= a(2x + 3) + b = 2ax + 3a + b$
그런데, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 이므로
 $2ax + 3a + b = -4x - 5$,
 $2a = -4, 3a + b = -5$
즉, $a = -2, b = 1$ 이므로 $h(x) = -2x + 1$
 $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3) = -5$

해설

$(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서
 $h(f(x)) = g(x)$ 이고 $f(x) = 2x + 3$ 이므로
 $h(2x + 3) = g(x)$
또한, $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3)$
 $h(3) = g(0) = -5$

14. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x-1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M+m$ 의 값은?

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$y = 2|x-1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

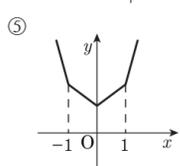
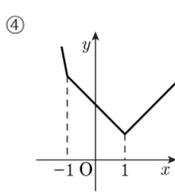
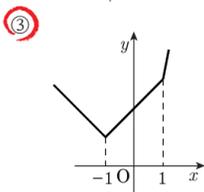
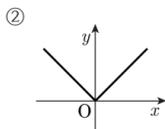
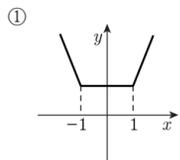
(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x-1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x-1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$M + m = 7 + 1 = 8$

15. 다음 중 함수 $y = |x-1| + x + |x+1|$ 의 그래프는?



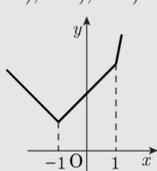
해설

i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x - (x+1)$
 $= -x$

ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때 $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x + (x+1)$
 $= x+2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= (x-1) + x + (x+1)$
 $= 3x$

i), ii), iii)에 의하여 주어진 함수의 그래프는



16. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립하는 함수 $f(x)$ 를 기함수라고 한다. 함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 가 기함수일 때, 다음 <보기>의 함수 중 기함수인 것을 모두 고르면?

- I. $g(x) \cdot h(x)$
II. $g(x) + h(x)$
III. $g(h(x))$

- ① I ② II ③ I, III
④ II, III ⑤ I, II, III

해설

- I. $g(-x) \cdot h(-x) = \{-g(x)\} \cdot \{-h(x)\}$
 $= g(x)h(x)$ (우함수)
II. $g(-x) + h(-x) = -g(x) - h(x)$
 $= -\{g(x) + h(x)\}$ (기함수)
III. $g(h(-x)) = g(-h(x))$
 $= -g(h(x))$ (기함수)

17. $-4 \leq x < 4$ 일 때, 함수 $y = \left[\frac{x}{2} \right]$ 의 치역의 원소의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

i) $-4 \leq x < -2$ 일 때,
 $-2 \leq \frac{x}{2} < -1$ 이므로 $y = \left[\frac{x}{2} \right] = -2$

ii) $-2 \leq x < 0$ 일 때,
 $-1 \leq \frac{x}{2} < 0$ 이므로 $y = \left[\frac{x}{2} \right] = -1$

iii) $0 \leq x < 2$ 일 때,
 $0 \leq \frac{x}{2} < 1$ 이므로 $y = \left[\frac{x}{2} \right] = 0$

iv) $2 \leq x < 4$ 일 때,
 $1 \leq \frac{x}{2} < 2$ 이므로 $y = \left[\frac{x}{2} \right] = 1$

이상에서 주어진 함수의 치역이 $\{-2, -1, 0, 1\}$ 이므로 치역의 원소의 개수는 4개이다.

18. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{4x+2y} &= \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y & x &= -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2 \end{aligned}$$

19. $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 구하면?

① 1, 2

② 1, -2

③ -1, -2

④ -1, 2

⑤ 1

해설

(i) $3a + 2b + c \neq 0$ 일 때,
가비의 리에서

$$\frac{(2b+c) + (c+3a) + (3a+2b)}{3a+2b+c} = 2$$

(ii) $3a + 2b + c = 0$ 일 때, $2b + c = -3a$

$$\therefore \frac{-3a}{3a} = -1$$

20. 괄호가 없는 수식의 계산을 오른쪽에서 왼쪽으로 계산하는 전자계산기가 있다. 예를 들면 $a \times b - c$ 는 $a(b-c)$ 로 계산한다. 이 전자계산기로 $a \div b - c + d$ 를 계산하면?

① $\frac{a}{b} - c + d$ ② $\frac{a}{b} - c - d$ ③ $\frac{d+c-b}{a}$
④ $\frac{a}{b-c+d}$ ⑤ $\frac{a}{b-c-d}$

해설

$a \div b - c + d$ 의 오른쪽부터 차례로 계산하면
 $d \rightarrow d + c \rightarrow -(d + c) \rightarrow b - c - d \rightarrow \frac{a}{b - c - d}$