

1.  $X = \{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$ ,  $Y = \{y | y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

2. 집합  $A = \{0, 1, 2\}$  에 대하여  $A$  에서  $A$  에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3

② 6

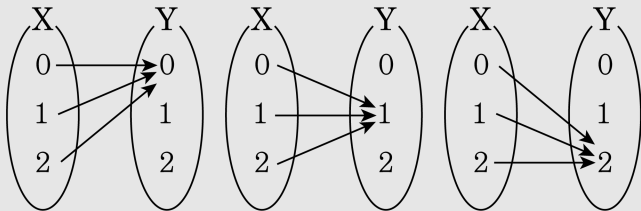
③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

3. 두 함수  $f(x) = -x + a$ ,  $g(x) = ax + b$  에 대하여  $(f \circ g)(x) = 2x - 4$  일 때,  $ab$  의 값은 얼마인가?

①  $-2$

②  $-3$

③  $-4$

④  $-5$

⑤  $-6$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$$

$$= -(ax + b) + a = -ax + a - b \text{ 이므로 } -ax + a - b = 2x - 4$$

그런데, 이것은  $x$  에 대한 항등식이므로

$$a = -2, b = 2$$

$$\therefore ab = -4$$

4. 함수  $f(x) = 2x + 6$ ,  $g(x) = ax - 1$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$ 일 때,  $a$ 의 값은?

①  $\frac{1}{6}$

②  $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

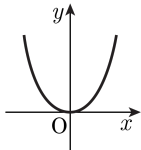
$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

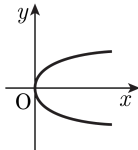
$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

5. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

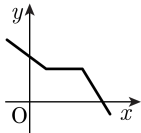
①



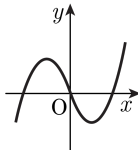
②



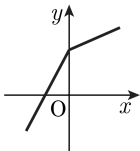
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

6. 함수  $f(x) = ax + b (a > 0)$  의 역함수  $f^{-1}(x)$  가 이 함수  $f(x)$  와 같을 때, 상수  $a, b$  의 값을 구하면?

①  $a = 1, b = 0$

②  $a = 1, b = 1$

③  $a = 2, b = 0$

④  $a = 2, b = 1$

⑤  $a = 3, b = 0$

해설

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ 에서 } f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = af(x) + b$$

$$= a(ax + b) + b$$

$$= a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = x$$

$$\therefore a^2 = 1, ab + b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

7.  $f(x) = 2x - 3$  이고  $g(x)$  가  $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$  를 만족시킬 때,  $g(1)$  의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x) = x$$

$$\Leftrightarrow g(f(2x)) = x$$

$$f(2x) = 2 \bullet 2x - 3 = 4x - 3$$

$$\therefore g(f(2x)) = g(4x - 3) = x$$

$$4x - 3 = 1 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 이므로}$$

$$g(4x - 3) = x \text{ 의 양변에 } x = 1 \text{ 을 대입하면 } g(1) = 1$$

8.  $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수  $a$ 와  $b$ 가 있다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a-b=1, -2(a+b)=6$$

$$\therefore a=-1, b=-2$$

$$\therefore a+b=-1-2=-3$$

9.  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{2}{x(x+2)}$

②  $\frac{3}{x(x+2)}$

③  $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④  $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤  $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\
 &\quad + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
 &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}
 \end{aligned}$$

10. 분수식  $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$  을 간단히 하면?

① 1

②  $1 - a$

③  $1 - a^2$

④  $1 + a^2$

⑤  $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{a}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

11.  $x^2 \neq 1$  이고,  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  이라 할 때,  $f(-x)$  를  $f(x)$  를 사용해서 나타내면 무엇인지 고르면?

①  $f(x)$

②  $-f(x)$

③  $\{f(x)\}^2$

④  $\frac{1}{f(x)}$

⑤  $2f(x)$

해설

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

12. 다음 보기의 함수 중 일대일대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠  $f(x) = 2x - 3$

㉡  $g(x) = x^2 + x$

㉢  $h(x) = |x| - 2$

㉣  $k(x) = x^3$

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

㉠, ㉣은 증가함수이므로 일대일대응

㉡  $g(-2) = g(1) = 2$  이므로  
일대일대응이 아니다.

㉢  $h(-2) = h(2) = 0$  이므로  
일대일대응이 아니다.

그러므로 일대일대응인 것은 2 개이다.

13. 두 함수  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = -4x - 5$  일 때,  $(h \circ f)(x) = g(x)$  를 만족시키는 일차함수  $h(x)$  에 대하여  $(h \circ g)(-2)$  의 값은 얼마인가?

① 5

② 3

③ 1

④ -3

⑤ -5

해설

$h(x) = ax + b$  로 놓으면

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(2x + 3)$$

$$= a(2x + 3) + b = 2ax + 3a + b$$

그런데,  $(h \circ f)(x) = g(x)$  이므로

$$2ax + 3a + b = -4x - 5,$$

$$2a = -4, 3a + b = -5$$

즉,  $a = -2, b = 1$  이므로  $h(x) = -2x + 1$

$$(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3) = -5$$

해설

$(h \circ f)(x) = g(x)$  에서

$h(f(x)) = g(x)$  이고  $f(x) = 2x + 3$  이므로

$$h(2x + 3) = g(x)$$

또한,  $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3)$

$$h(3) = g(0) = -5$$

14.  $0 \leq x \leq 3$  에서 함수  $y = 2|x - 1| + x$  의 최댓값을  $M$  , 최솟값을  $m$  이라 할 때, 상수  $M, m$  의 합  $M + m$  의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$  에서

( i )  $x \geq 1$  일 때,  $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

( ii )  $x < 1$  일 때,  $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$  이므로

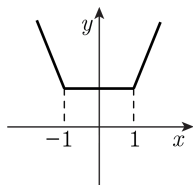
$0 \leq x \leq 3$  에서  $y = 2|x - 1| + x$

따라서  $x = 3$  일 때, 최댓값 7,  $x = 1$  일 때 최솟값 1 을 가지므로

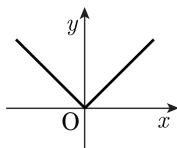
$$M + m = 7 + 1 = 8$$

15. 다음 중 함수  $y = |x - 1| + x + |x + 1|$  의 그래프는?

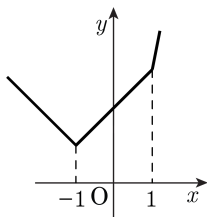
①



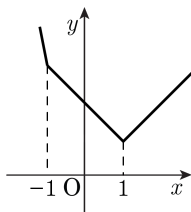
②



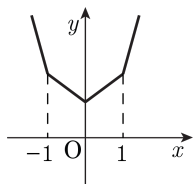
③



④



⑤



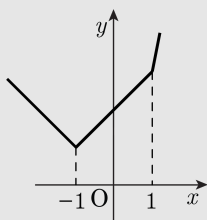
해설

$$\begin{aligned} \text{i) } x \leq -1 \text{ 일 때, } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x - (x + 1) \\ &= -x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } -1 < x \leq 1 \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x + (x + 1) \\ &= x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 1 < x \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= (x - 1) + x + (x + 1) \\ &= 3x \end{aligned}$$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는



16. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 가 성립하는 함수  $f(x)$ 를 기함수라고 한다. 함수  $g(x)$ 와  $h(x)$ 가 기함수일 때, 다음 <보기>의 함수 중 기함수인 것을 모두 고르면?

I.  $g(x) \cdot h(x)$

II.  $g(x) + h(x)$

III.  $g(h(x))$

① I

② II

③ I, III

④ II, III

⑤ I, II, III

해설

$$\begin{aligned} \text{I. } g(-x) \cdot h(-x) &= \{-g(x)\} \cdot \{-h(x)\} \\ &= g(x)h(x) \text{ (우함수)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } g(-x) + h(-x) &= -g(x) - h(x) \\ &= -\{g(x) + h(x)\} \text{ (기함수)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } g(h(-x)) &= g(-h(x)) \\ &= -g(h(x)) \text{ (기함수)} \end{aligned}$$

17.  $-4 \leq x < 4$  일 때, 함수  $y = \left[ \frac{x}{2} \right]$ 의 치역의 원소의 개수는? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

i)  $-4 \leq x < -2$  일 때,

$$-2 \leq \frac{x}{2} < -1 \text{ 이므로 } y = \left[ \frac{x}{2} \right] = -2$$

ii)  $-2 \leq x < 0$  일 때,

$$-1 \leq \frac{x}{2} < 0 \text{ 이므로 } y = \left[ \frac{x}{2} \right] = -1$$

iii)  $0 \leq x < 2$  일 때,

$$0 \leq \frac{x}{2} < 1 \text{ 이므로 } y = \left[ \frac{x}{2} \right] = 0$$

iv)  $2 \leq x < 4$  일 때,

$$1 \leq \frac{x}{2} < 2 \text{ 이므로 } y = \left[ \frac{x}{2} \right] = 1$$

이상에서 주어진 함수의 치역이  $\{-2, -1, 0, 1\}$ 이므로 치역의 원소의 개수는 4개이다.

18. 0이 아닌 실수  $x, y$ 가  $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식  $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

① -2

② 1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$$\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x - 3y = 4x + 2y \quad x = -5y$$

$$\therefore \frac{x^2 - 5y^2}{2xy} = \frac{20y^2}{-10y^2} = -2$$

19.  $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$  의 값을 구하면?

① 1, 2

② 1, -2

③ -1, -2

④ -1, 2

⑤ 1

해설

( i )  $3a + 2b + c \neq 0$  일 때,  
가비의 리에서

$$\frac{(2b+c) + (c+3a) + (3a+2b)}{3a+2b+c} = 2$$

( ii )  $3a + 2b + c = 0$  일 때,  $2b + c = -3a$

$$\therefore \frac{-3a}{3a} = -1$$

20. 괄호가 없는 수식의 계산을 오른쪽에서 왼쪽으로 계산하는 전자계산기가 있다. 예를 들면  $a \times b - c$ 는  $a(b - c)$ 로 계산한다. 이 전자계산기로  $a \div b - c + d$ 를 계산하면?

①  $\frac{a}{b} - c + d$

②  $\frac{a}{b} - c - d$

③  $\frac{d + c - b}{a}$

④  $\frac{a}{b - c + d}$

⑤  $\frac{a}{b - c - d}$

해설

$a \div b - c + d$ 의 오른쪽부터 차례로 계산하면

$$d \rightarrow d + c \rightarrow -(d + c) \rightarrow b - c - d \rightarrow \frac{a}{b - c - d}$$