

1. 두 점 $A(3, -1), B(a, -3)$ 에 대하여 $\overline{AB} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AB}^2 = (a - 3)^2 + (-3 + 1)^2 = 4$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$(a - 3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

2. 두 점 $A(3, 2)$, $B(a, b)$ 를 $1 : 3$ 으로 내분하는 점을 $P(2, 1)$ 이라고 할 때, ab 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$P\left(\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3}\right) = P(2, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3} = 2, a + 9 = 8 \therefore a = -1$$

$$\frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3} = 1, b + 6 = 4 \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$

3. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점이 (2, 3) 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 에서

$y = 0$ 일 때 $x = a$, $x = 0$ 일 때, $y = b$

A(a , 0), B(0, b)

한편 선분 AB 의 중점이 (2, 3) 이므로

$$\frac{a+0}{2} = 2, \quad \frac{0+b}{2} = 3$$

$$\therefore a = 4, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 10$$

4. 두 직선 $ax - y + 3 = 0, 4x + 2y + (1 - b) = 0$ 이 일치할 때, ab 의 값은?

① -14

② -7

③ 1

④ 7

⑤ 14

해설

두 직선 $ax - y + 3 = 0, 4x + 2y + (1 - b) = 0$ 이 일치하려면

$$\frac{a}{4} = \frac{-1}{2} = \frac{3}{1-b}$$

$$\therefore a = -2, b = 7$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 7 = -14$$

5. 점 $(4, 5)$ 와 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\text{거리 } d &= \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{10}{5} = 2\end{aligned}$$

6. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x = 1$

② $y = 1$

③ $y = x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = (x - 3)^2 + y^2$$

$$\therefore y = 2x - 1$$

7. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$

④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2, 4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

8. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서

$x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로

두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$$

$$4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$$

9. 다음은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, k 의 값의 범위를 구하는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = 2x + k \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하여 식을 정리하면

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡이 서로 만나지 않으려면

$$D = (4k)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (k^2 - 1)$$

(가) 0

k^2 (나) 5 $\therefore$ (다)

① (가):> , (나):< , (다):- $\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

② (가):= , (나):= , (다): $k = \pm \sqrt{5}$

③ (가):> , (나):< , (다):- $\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

④ (가):> , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

⑤ (가):< , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

해설

(가): 원과 직선이 만나지 않으면 판별식이 0보다 작다.

(나): 판별식을 정리하면, $k^2 > 5$

(다): $k^2 - 5 > 0 \Rightarrow k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

10. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은?

① $x + y = 3$

② $2x - y = 0$

③ $x - 2y = -3$

④ $2x + y = 4$

⑤ $x + 2y = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5$$

$$\therefore x + 2y = 5$$

11. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1) 이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$