1. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -5

③ 3

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

2. 이차함수 $y = -2x^2 + bx + c$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 5를 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $b = 8$

▷ 정답: $c = -3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 5$ 이다.

$y = -2(x-2)^2 + 5$ 을 전개하면 $y = -2x^2 + 8x - 3$ 이므로 $b = 8, c = -3$ 이다.

3. $x^2 + 2y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $4x + 2y^2$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$$x^2 + 2y^2 = 4 \text{에서 } 2y^2 = 4 - x^2$$

$$\text{이때, } y \text{는 실수이므로 } 2y^2 = 4 - x^2 \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

$$4x + 2y^2 = 4x + 4 - x^2 = -(x - 2)^2 + 8$$

$$(-2 \leq x \leq 2)$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값 $m = -8$ 이고,

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $M = 8$ 이므로 $M + m = 0$

4. 이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x = x + 12 - a^2$

즉, $x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 - 12 = 0$ 의 두 근이다.

그런데 두 교점이 원점에 대하여 대칭이므로 위의 이차방정식의 두 근의 합은 0이고, 두 근의 곱은 음이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a^2 - 4a + 4 = 0 \text{ 에서 } (a - 2)^2 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$a^2 - 12 < 0 \text{ 에서 } -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2$$

5. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초

② 2 초, 4 초

③ 2 초, 6 초

④ 3 초, 6 초

⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은

$$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x - 2)^2 + 80 \text{ 이므로}$$

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80

따라서 2 초 후이다.

지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.

$$0 = -5x^2 + 20x + 60$$

$$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$$

$$-5(x - 6)(x + 2) = 0$$

그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$

즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.