

1. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

2. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

3. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면

$$(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$$

$$(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$$

$$(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a-3b+3=0, 3a+b=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$$

$$\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최대값은 3 ($\because k$ 는 정수)

5. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못 된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3$ $\left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x$ $(M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5$ $(m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ $(m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ $(M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ $(M = 0)$

6. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

7. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 3x+7 \end{cases}$$

① $2 < x < 8$

② $3 < x < 9$

③ $3 < x < 8$

④ $5 < x < 9$

⑤ $4 < x < 10$

해설

i) $2(2x-3) > x+3$

$$\Rightarrow 4x-6 > x+3$$

$$\Rightarrow x > 3$$

ii) $5x-9 < 3x+7$

$$\Rightarrow 2x < 16$$

$$\Rightarrow x < 8$$

$$\therefore 3 < x < 8$$

8. k 의 값에 관계없이 $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 8

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$$

위 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 2, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 6$$

9. $2x^3 + 9x^2 + 11x + 7 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 x 에 대한 항등식일 때, a, b, c, d 를 차례로 구하면?

① 3, -1, 3, 2

② 2, 3, -1, 3

③ -3, 1, -3, -2

④ -2, -3, 1, -3

⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

-1	2	9	11	7	
		-2	-7	-4	
-1	2	7	4	3	← d
		-2	-5		
-1	2	5	-1		← c
		-2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$a = 2, b = 3, c = -1, d = 3$

10. 최대공약수가 $x + 1$ 인 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 + ax - b$ 의 최소공배수를 $L(x)$ 라 할 때, $L(1)$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

최대공약수가 $x + 1$ 이므로

두 다항식에 $x = -1$ 을 대입하면 0 이 된다.

$$1 - 3 + a = 0 \therefore a = 2$$

$$1 - a - b = 0 \therefore b = -1$$

따라서 두 다항식은 각각

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

최소공배수 $L(x)$ 는 $(x + 1)^2(x + 2)$

$$\therefore L(1) = (1 + 1)^2(1 + 2) = 12$$

11. x 에 대한 방정식 $ax^2 + 2x - a - 2 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a 는 실수)

- ① 오직 한 실근을 갖는다.
- ② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 실근을 갖는다.
- ⑤ 허근을 갖는다.

해설

(i) $a = 0$ 일 때 : $x = \frac{a+2}{2}$

(ii) $a \neq 0$ 일 때 : 판별식을 구한다.

$$D' = 1 + a(a+2) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$$

$\therefore$ 주어진 방정식은 실근을 갖는다

12. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서

$$2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore (\text{두 근의 합}) = \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

13. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 범위는?

① $k < 1$ 또는 $k > 5$

② $1 < k < 5$

③ $1 \leq k \leq 5$

④ $k < -5$ 또는 $k > -1$

⑤ $1 < k < 3$

해설

이차방정식 $x^2 + kx + k = x + 1$, 즉 $x^2 + (k - 1)x + k - 1 = 0$
이 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

$$D = (k - 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k - 1)(k - 5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

㉠ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2,$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

㉡ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$$

$$y^2 = 5,$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

15. 다음 중 옳은 것으로 짝지어진 것은?

(가) $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

(나) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 이면 $a > b$

(다) $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} > 0$ 이면 $ad > bc$

(라) $a > b > 0 > c > d$ 이면 $ad < bc$

- ① (가), (나) ② (나), (라) ③ (다), (라) ④ (나), (다) ⑤ (가), (다)

해설

(가) (반례) $a = 1, b = -2$ 일 때 성립하지 않음.

(나) 항상 성립함 ($a > 0, b \geq 0$)

(다) (반례) $a = -2, b = -1, c = 1, d = 1$ 일 때
성립하지 않음.

$$\text{또는 } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} > 0 \text{에서}$$

$$bd > 0 \text{ 일 때, } ad - bc > 0 \quad \therefore ad > bc$$

$$bd < 0 \text{ 일 때, } ad - bc < 0 \quad \therefore ad < bc$$

$\therefore$ 성립하지 않음.

(라) $ad < 0, bc < 0$ 이므로 $|ad| > |bc|$ 에서 $ad < bc$