

1. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

2. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

3. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x - 1$

② $-2x + 1$

③ 3

④ -3

⑤ $x + 1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$$a < 0, \quad b \geq 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } x+1 \geq 0, \quad x-2 < 0, \quad -1 \leq x < 2, \quad x \neq -1, \quad x \neq 2$$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2 + 7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

5. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

6. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a)$, $-ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 > 3x - 5 \\ 1 + 2x \geq 3x + 2 \end{cases}$ 를 동시에 만족시키는 x 의 값 중 정수의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\begin{cases} 4x - 2 > 3x - 5 \cdots \textcircled{1} \\ 1 + 2x \geq 3x + 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $x > -3$ 이고 ②에서 $x \leq -1$ 이므로
공통범위는 $-3 < x \leq -1$ 이고
정수는 $-2, -1$ 의 2개이다.

8. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x + 3$

② $3x - 4$

③ $4x - 5$

④ $5x + 6$

⑤ $6x - 7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

10. $10^2 - 9^2 + 8^2 - 7^2 + 6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ 의 값을 구하면?

① 51

② 52

③ 53

④ 54

⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} & (10 - 9)(10 + 9) + (8 - 7)(8 + 7) + (6 - 5)(6 + 5) \\ & + (4 - 3)(4 + 3) + (2 - 1)(2 + 1) \\ & = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55 \end{aligned}$$

11. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

12. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 이고, 최대공약수가 $x + 2$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2 + x - 6$

② $2x^2 - 2x + 3$

③ $2x^2 - 3x + 4$

④ $2x^2 - 6$

⑤ $2x^2 - 8$

해설

두 다항식을 $A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$$L = abG = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

이 때, 최대공약수 G 가 $x + 2$ 이므로 조립제법을 하여 L 을 인수분해하면

$$\therefore L = (x^3 - 4x + 3)(x + 2)$$

$$= (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

따라서, 구하는 두 이차 다항식은

$$(x - 1)(x + 2) \text{ 와 } (x - 3)(x + 2),$$

즉 $x^2 + x - 2$, $x^2 - x - 6$ 이다.

따라서, 두 다항식의 합은 $2x^2 - 8$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{-4\alpha - 2} + \sqrt{-4\beta - 2}$ 의 값은?

① -5

② -4

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = 2$$

$$(\sqrt{-4\alpha - 2} + \sqrt{-4\beta - 2})^2$$

$$= -4(\alpha + \beta) + 2\sqrt{16\alpha\beta + 8(\alpha + \beta) + 4} - 4$$

$$= 16 + 2\sqrt{4} - 4 = 16$$

$$\therefore \sqrt{-4\alpha - 2} + \sqrt{-4\beta - 2} = 4 \quad (\because \text{준식} > 0)$$

14. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하고, 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - x + 1 = 0$

② $x^2 + x + 1 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x + 3 = 0$

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$

한편, $(\alpha - 1) + (\beta - 1) = (\alpha + \beta) - 2 = 3 - 2 = 1$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = 4 - 3 + 1 = 2$

따라서, 두 근의 합과 곱이 각각 1, 2인 이차방정식은 $x^2 - 1 \cdot x + 2 = 0$

$\therefore x^2 - x + 2 = 0$

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 + m - \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\text{최솟값이 } \frac{1}{2} \text{ 이므로 } m - \frac{11}{2} = \frac{1}{2}, m = \frac{1}{2} + \frac{11}{2} = \frac{12}{2}$$

$$\therefore m = 6$$