1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= [(x-y)(x+y)]^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3   ② 2   ③ 1   ④ 0   ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$
 $x = 1$ 대입, $c = 2$
 $x = -1$ 대입, $b = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

3. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1   ② 3   ③ 6   ④ 9   ⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1   ② 2   ③ 3   ④ -1   ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + 1 \\ &= -2(x-1)^2 + 3 \\ x &= 1 \text{ 일 때, 최댓값 } 3 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

5. $-1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -2$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -16   ② -8   ③ 8   ④ 16   ⑤ 18

해설

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ 이므로 } -3 \leq 3x \leq 6 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$-5 \leq y \leq -2 \text{ 이므로 } 4 \leq -2y \leq 10 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면 $1 \leq 3x - 2y \leq 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 16

6. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2   ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

7. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3개)

- ① -2   ② -1   ③ 0   ④ 4   ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

8. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

- (i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
- (ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
- (iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
- (i), (ii), (iii) 에서 $0 < x < 3$

9. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x - 6$ ② $y = 3x - 2$ ③ $y = 3x - 1$

④ $y = 3x + 6$ ⑤ $y = 3x + 2$

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-1}{3-2} = 3$ 이므로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고, x 절편이 2 인 직선이므로,
 $y = 3(x - 2)$
 $\therefore y = 3x - 6$

10. 두 그래프 $kx + y = -3$ 과 $2x + (k-1)y = 6$ 이 만나지 않을 때, 상수 k 의 값은?

- ① -1   ② 0   ③ 1   ④ 2   ⑤ 3

해설

두 그래프가 만나지 않으므로,

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} kx + y = -3 & \text{.....㉠} \\ 2x + (k-1)y = 6 & \text{.....㉡} \end{cases} \text{의 해는 없다.}$$

즉, 위의 방정식을 x 에 대하여 정리하면

$$\text{㉠} \times (k-1) - \text{㉡} \text{에서 } (k^2 - k - 2)x = -3(k+1)$$

$$\therefore (k-2)(k+1)x = -3(k+1)$$

여기서, $k=2$ 이면 $0 \cdot x = -9$ 이므로

연립방정식의 해가 없다.

따라서 구하는 k 의 값은 $k=2$

(다른 풀이) 두 직선이 평행하기 위한 조건은

$$\frac{2}{k} = \frac{k-1}{1} = \frac{6}{-3}$$

$$\therefore k=2$$

11. 점 (4, 3)과 직선 $5x - 12y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_1 , 점 (4, 3)과 직선 $12x + 5y - 50 = 0$ 사이의 거리를 d_2 라고 할 때, d_1 과 d_2 사이의 관계는?

- ① $d_1 = d_2$ ② $d_1 = d_2 + 1$ ③ $d_1 + 1 = d_2$
④ $d_1 = d_2 + 2$ ⑤ $d_1 + 2 = d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|5 \cdot 4 - 12 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{|-13|}{\sqrt{169}} = 1$$

$$d_2 = \frac{|12 \cdot 4 + 5 \cdot 3 - 50|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{|13|}{\sqrt{169}} = 1$$

따라서 $d_1 = d_2$

12. 평면 위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1   ② 2   ③ 3   ④ 4   ⑤ 5

해설

$(a + 3, b + 2) = (2, 5)$ 이므로, $a = -1, b = 3$ 이다.
따라서 $a + b = 2$

13. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(-1, 1)$

② $(2, 1)$

③ $(2, 4)$

④ $(3, 3)$

⑤ $(3, 4)$

해설

$$f(x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$$

$$f : (1, 2) \rightarrow (3, 3)$$

14. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,
 $2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$
 $\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$
이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로
 $11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$

15. $y = -(x-1)^2 + 2$ 를 x 축 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = (x+3)^2 + 5$

② $y = -(x-5)^2 + 5$

③ $y = -(x+3)^2 + 5$

④ $y = -(x-5)^2 - 1$

⑤ $y = -(x+3)^2 - 1$

해설

$x-4 = x'y+3 = y'$ 라 하자.

평행이동 된 x', y' 를 원식에 대입하면,

$$y' - 3 = -(x' + 4 - 1)^2 + 2$$

$$\Rightarrow y' = -(x' + 3)^2 + 5$$

$$\Rightarrow y = -(x + 3)^2 + 5$$