1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A\times(2\times5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

$1\times2\times3\times4\times\cdots\times49\times50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$\therefore 1\times2\times3\times4\times\cdots\times50=2^{47}\times5^{12}\times\cdots$

$=A\times(2\times5)^{12}$

$\therefore\ n=12$

2. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면
1 의 약수 : 1
3 의 약수 : 1, 3
6 의 약수 : 1, 2, 3, 6
27 의 약수 : 1, 3, 9, 27
29 의 약수 : 1, 29
따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

② 1 은 소수이다.

③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.

④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.

⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 2 는 소수이다.

4. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개)
$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10$(개)
$64 = 2^6$ 이므로 $6 + 1 = 7$(개)
$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$(개)

5. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설

① 72 와 3 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.
④ 72 와 24 의 최대공약수는 8 이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72 와 36 의 최대공약수는 36 이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72 와 서로소인 것은 5 와 13 이다.

6. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 8 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

7. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

① 4의 배수 ② 24의 배수 ③ 36의 배수
④ 60의 배수 ⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60 의 배수이다.

8. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.

▶ 답: 일 후

▷ 정답: 12일 후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

9. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

10. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
다음 ☐안에 알맞은 것을 써넣어라.

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 ☐이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 ☐이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 ☐이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n은 18과 24의 공배수이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
㉢ n의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.

② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 384 은 6 의 배수이다.

⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

12. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5　　② $4+4+4+4+4$

③ $5\times5\times5\times5$　　④ $4\times4\times4\times4\times4$

⑤ 5×4

해설

$4\times4\times4\times4\times4=4^5$ 이다.

13. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$　② $2^2 \times 3^2 \times 5$　③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$　⑤ $3^4 \times 5$

해설

2) 180
2) 90
3) 45
3) 15
5

$\therefore\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

14. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 3, 5 ② 2, 3 ③ 2

④ 3, 5 ⑤ 2^3, 5

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

15. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

16. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

17. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (n+1) = 20$
$\therefore\ n = 4$

18. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$　② $2^2 \times 5$　③ 2×3^2

④ 2×3^3　⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3, 3^2, 2×3^2 이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는?

① 2×3 ② 2×5 ③ 3×5
④ $2^2 \times 3$ ⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는 2×3이다.

20. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12　② 18　③ 36　④ 42　⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

21. 세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로
A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.
따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

22. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

23. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b라 할 때, $b-a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$
$70 = 2 \times 5 \times 7$
$98 = 2 \times 7^2$ 에서
최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로
$a = 14,\ b = 1470$ 이다.
따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

24. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 50 ⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y\,(0 \le y < 9)$ 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

25. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 40

▷ 정답: 90

▷ 정답: 160

▷ 정답: 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$(2^3 \times 5) \times x = y^2$

$x = 2 \times 5,\ 2^3 \times 5,\ 2 \times 3^2 \times 5,\ 2^5 \times 5,\ 2 \times 5^3$

$= 10,\ 40,\ 90,\ 160,\ 250,\ \cdots$

x 는 300 이하의 자연수 이므로

$10,\ 40,\ 90,\ 160,\ 250$

26. 24 에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 제곱수가 되려면
$2 \times 3,\ 2^3 \times 3,\ 2^3 \times 3^3, \cdots$ 을 곱해야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 6 이다.

27. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

28. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : (17 – 1)을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : (34 – 2)를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

29. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115 와 92 의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115 와 92 의 최대공약수인 23 의 약수 1, 23 이다.

30. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$
약수의 개수가 36 개이므로
A 가 될 수 있는 수는 2^2, 3^3, 7^3 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
$\therefore\ 5 - 4 = 1$

31. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x,\ 3 \times x,\ 5 \times x$ 라 하면

$$x \overline{)\ 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x}$$
$$\quad\ \ 2 \quad\ \ 3 \quad\ \ 5$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

32. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2 m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

33. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 10$

▷ 정답: $B = 15$

해설

$A = 2k$, $B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
$2k \times 3k = 150$, $k^2 = 25$, $k = 5$ 이다.
$\therefore$ $A = 10$, $B = 15$