

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

6 의 약수 : 1, 2, 3, 6

27 의 약수 : 1, 3, 9, 27

29 의 약수 : 1, 29

따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

② 1 은 소수이다.

③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.

④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.

⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

② 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 2 는 소수이다.

4. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4 + 1) \times (1 + 1) = 10(\text{개})$

$64 = 2^6$ 이므로 $6 + 1 = 7(\text{개})$

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16(\text{개})$

5. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 13

④ 24

⑤ 36

해설

① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.

④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.

⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.

따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

6. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

7. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

① 4의 배수

② 24의 배수

③ 36의 배수

④ 60의 배수

⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

8. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.



답 :

일 후



정답 : 12일 후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

9. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

10. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.

다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18과 24의 이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18과 24의 공배수이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

12. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

13. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

14. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

15. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

16. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

17. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

18. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 5$

③ 2×3^2

④ 2×3^3

⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

20. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12

② 18

③ 36

④ 42

⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

21. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

22. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$48 = 2^4 \times 3, 64 = 2^6, 80 = 2^4 \times 5 \text{ 의 최대공약수 } 2^4 = 16(\text{cm})$$

23. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로
 $a = 14$, $b = 1470$ 이다.

따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

24. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40

② 42

③ 44

④ 50

⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$ ($0 \leq y < 9$) 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

25. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2^3 \times 5) \times x = y^2$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \times 5, 2^3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, 2^5 \times 5, 2 \times 5^3 \\ &= 10, 40, 90, 160, 250, \dots \end{aligned}$$

x 는 300 이하의 자연수 이므로

10, 40, 90, 160, 250

26. 24 에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 제곱수가 되려면

$2 \times 3, 2^3 \times 3, 2^3 \times 3^3, \dots$ 을 곱해야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 6이다.

27. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

28. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : $(17 - 1)$ 을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : $(34 - 2)$ 를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

29. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

30. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

31. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

32. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2 m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

33. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 10$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$