

1. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$

$$a = 4, b = 1000, c = 0.052$$

$$\therefore \frac{52}{4} = 13$$

2. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

3. A 는 200 이하의 자연수이고 $\frac{A}{65}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$\frac{A}{65} = \frac{A}{5 \times 13}$ 이므로 A 는 13의 배수이어야 한다.

그런데 13의 배수 중 65의 배수가 되는 것은 정수가 되므로 제외한다.

200 이하의 자연수 중, 13의 배수는 15개 이고 65의 배수는 3개이므로

A 의 개수는 $15 - 3 = 12$ 개이다.

4. $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수일 때, 20 이하의 소수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

20 이하의 소수는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이고

$\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수가 되는 x 는

2, 3, 5, 11의 4개이다.

5. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

6. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a , b 라 하면 $a + b$ 의 값은?

① 12

② 22

③ 27

④ 30

⑤ 33

해설

$$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots, \frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 27$$

$$\therefore a + b = 30$$

7. 다음 중 소수점 아래 50번째 자리의 숫자가 가장 작은 것은?

① $0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{7}$

③ $0.1\dot{2}\dot{5}$

④ $2.3\dot{4}\dot{5}$

⑤ $2.74\dot{3}$

해설

① $50 = 1 \times 50$ 이므로 9

② $50 = 2 \times 25$ 이므로 7

③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 2

④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 4

⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 이므로 3

8. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{53}{90}$

② $\frac{12}{45}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{7}{30}$

⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$x = \frac{21}{9}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1} \\ &= x + \frac{x}{1 - x} \\ &= \frac{21}{9} + \frac{\frac{21}{9}}{1 - \frac{21}{9}} \\ &= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\ &= \frac{21}{36} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

9. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\dot{5}4$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$

⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서

④ $1000x - 10x$ 이다.

10. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.37 = 0.\dot{3}7$

② $0.6\dot{9} = 0.7$

③ $0.3\dot{5} = 0.\dot{3}5$

④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$

⑤ $0.3\dot{9} < 0.4$

해설

$$0.6\dot{9} = \frac{69 - 6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

① $0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$

③ $0.3\dot{5} = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.\dot{3}5$

④ $0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$

⑤ $0.3\dot{9} = \frac{39 - 3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$

11. $0.1\dot{5} - 0.03\dot{8}$ 을 계산하여 소수로 나타낸 것은?

① $0.11\dot{7}$

② $0.10\dot{5}$

③ $0.11\dot{5}$

④ $0.10\dot{6}$

⑤ $0.11\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} 0.1\dot{5} - 0.03\dot{8} &= \frac{15 - 1}{90} - \frac{38 - 3}{900} \\ &= \frac{140 - 35}{900} = \frac{105}{900} \\ &= 0.11\dot{6} \end{aligned}$$

12. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

연우 : $0.\dot{4} = \frac{4}{9},$

지우 : $0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$

13. 순환소수 $3.\dot{4}5$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 33

② 34

③ 90

④ 99

⑤ 121

해설

$$3.\dot{4}5 = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11} \text{ 이므로 } A \text{ 는 } 11 \text{ 의 배수이어야 한다.}$$

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

14. 분수 $\frac{27}{333}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$$

15. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285\cdots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2 이다.

16. 자연수 a, b 에 대하여 $0.2\dot{0}a = \frac{b}{110}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$0.2\dot{0}a = \frac{(200 + a) - 2}{990} = \frac{198 + a}{990}$$

$$\frac{b}{110} = \frac{b \times 9}{110 \times 9} = \frac{9b}{990}$$

$$\text{즉, } \frac{198 + a}{990} = \frac{9b}{990} \text{ 이므로 } 198 + a = 9b$$

이때, $9b$ 는 9 의 배수이므로 $198 + a$ 도 9 의 배수이어야 한다.
따라서, $0 < a \leq 9$ 인 정수이므로 $a = 9$ 이다.

$$a = 9 \text{ 일 때, } b = 23$$

$$\therefore a + b = 9 + 23 = 32$$

17. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.5\dot{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 45 \text{ 이다.}$$

18. 어떤 자연수에 1.5 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$x \times 1.5 - x \times 1.5 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10} \right) = x \times \frac{1}{18} = 0.5$$

$$x = 9$$

$$\text{바르게 계산하면 } 9 \times 1.5 = 9 \times \frac{14}{9} = 14$$

19. $0.1\dot{3}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $3.\dot{2}\dot{7}$ 이 되었다. A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{270}{11}$

해설

$$0.1\dot{3} \times A = 3.\dot{2}\dot{7}$$

$$A = \frac{327 - 3}{99} \div \frac{13 - 1}{90} = \frac{324}{99} \times \frac{90}{12} = \frac{270}{11}$$

20. $0 < \frac{x}{15} < 1$ 인 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, x 는 자연수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{x}{15} = \frac{x}{3 \times 5}$ 가 유한소수이고 1 보다 작은 수이므로 $x = 3, 6, 9, 12$ 의 4 개이다.