

1. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

2. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

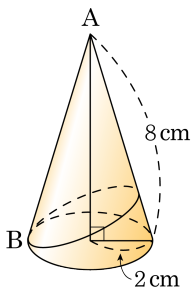
해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\&= -(x-1)^2 + 11, \quad M = 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6x - 5 \\&= 3(x+1)^2 - 8, \quad m = -8\end{aligned}$$

$$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$$

3. 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고, 모선의 길이가 8cm 인 원뿔이 있다. 밑면인 원의 둘레 위의 한 점 B에서 옆면을 지나 다시 점 B로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답:

cm

▶ 정답: $8\sqrt{2}$ cm

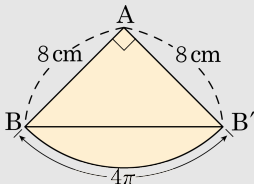
해설

$\angle BAB' = x$ 라고 하면

$$2\pi \times 8 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2$$

$$x = 90^\circ$$

따라서 최단거리는 $8\sqrt{2}$ cm



4. x 에 대한 이차방정식 $(x - p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
 ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
 ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.
 ㉤ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉤
 ④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$(x - p)^2 = q, \quad x - p = \pm \sqrt{q} \quad \text{이므로} \quad x = p \pm \sqrt{q}$$

- ㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
 ㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
 ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0 이다. 따라서 참이다.
 ㉤ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

5. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

6. 다음은 어느 반 학생 30 명의 몸무게를 나타낸 표이다. 이 반 학생들의 평균 몸무게를 구하여라.

무게 (kg)	학생 수 (명)
55 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	1
60 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	5
70 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	9
75 ^{이상} ~ 80 ^{미만}	7
80 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	5
합계	30

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 73kg

해설

$$\frac{1}{30} \{ 57.5 \times 1 + 62.5 \times 3 + 67.5 \times 5 + 72.5 \times 9 + 77.5 \times 7 + 82.5 \times 5 \} = 73(\text{kg})$$

7. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x 점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.



답 :

점



정답 : 22점

해설

최빈값이 18 점이므로 $x = 18$ (점)이다.

4회까지의 평균은

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18}{4} = \frac{68}{4} = 17(\text{ 점}) \text{이다.}$$

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$ (점) 이고 5회 성적을 y 점이라 하면

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18 + y}{5} = 18(\text{ 점}) \text{이다.}$$

$$68 + y = 90$$

$$\therefore y = 22(\text{ 점})$$

8. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수

Y : 1 부터 200 까지의 홀수

Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$

② $x < y = z$

③ $x = y < z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

9. 다음 표는 어느 중학교 2학년 학생들의 2학기 중간고사 영어 시험의 결과이다. 다음 설명 중 옳은 것은?

학급	1반	2반	3반	4반
평균(점)	70	73	80	76
표준편차(점)	5.2	4.8	6.9	8.2

- ① 각 반의 학생 수를 알 수 있다.
- ② 90점 이상인 학생은 4반이 3반 보다 많다.
- ③ 3반에는 70점 미만인 학생은 없다.
- ④ 2반 학생의 성적이 가장 고르다.
- ⑤ 4반이 평균 가까이에 가장 밀집되어 있다.

해설

표준편차가 가장 작은 반이 2반이므로 성적 분포가 가장 고른 반은 2반이다.

10. 3개의 변량 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $n - m$ 의 값은?

① 115

② 135

③ 165

④ 185

⑤ 200

해설

$$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$$

$$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$$

11. 주머니 안에 노란 구슬 5 개, 빨간 구슬 6 개, 흰 구슬 몇 개가 들어 있다. 주머니에서 구슬 한 개를 꺼낼 때, 빨간 구슬일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 주머니에서 구슬 한 개를 꺼낼 때, 흰 구슬일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{15}$

해설

흰 구슬의 개수를 a 라 하면

$$\frac{6}{5+6+a} = \frac{2}{5}, \quad \frac{6}{11+a} = \frac{2}{5}$$

$$11+a=15, \quad a=4$$

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{4}{5+6+4} = \frac{4}{15}$$

12. 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수 (a, b) 에 대하여 삼각형 밑변의 길이를 a , 높이를 b 라 하자. 이때, 삼각형의 넓이가 자연수가 될 확률을 구하면?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

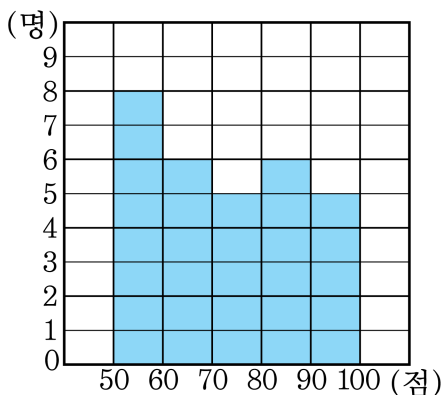
해설

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ab$ 이므로 이 값이 자연수가 되려면 ab 는 짝수이다.

이때 두 수가 모두 홀수일 때만, 곱이 홀수이므로

$$(ab \text{ 는 짝수}) = 1 - (a, b \text{ 모두 홀수}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

13. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$
 ④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$

② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$
 ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

해설

평균: $\frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6 + 95 \times 5}{30} = 73$

편차: -18, -8, 2, 12, 22

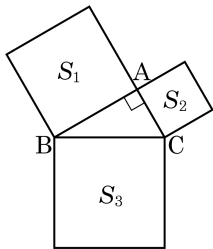
분산: $\frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2 \times 6 + 22^2 \times 5}{30} = \frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$

14. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?

① $2 : \sqrt{5}$ ② $\sqrt{5} : 3$ ③ $2 : 3$

④ $5 : 9$ ⑤ $4 : 5$



해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

$$S_1 : S_3 = 4 : 9$$

$$S_1 = 4a \text{ 라 하면 } S_3 = 9a$$

$$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 의 값은?

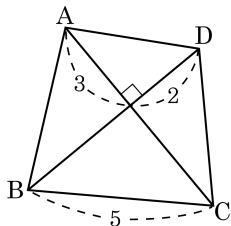
① 34

② 35

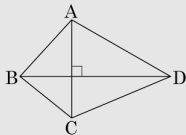
③ 36

④ 37

⑤ 38



해설

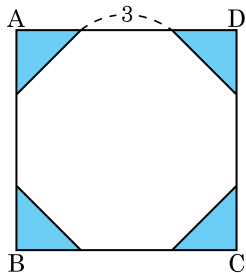


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\sqrt{13})^2 + 5^2 = 38$$

16. 다음 그림과 같이 정사각형 모양 종이의 네 귀퉁이를 잘라내어 한 변의 길이가 3인 정팔각형을 만들었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

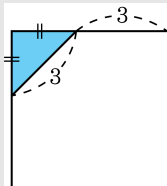


- ① $3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2} + 2$
 ④ $3\sqrt{2} + 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 3$

해설

$$x : 3 = 1 : \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2}x = 3$$

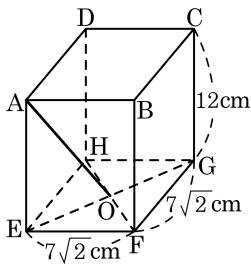
$$\therefore x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} + 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} + 3 \text{ 이다.}$$

17. 세 모서리의 길이가 $7\sqrt{2}\text{cm}$, $7\sqrt{2}\text{cm}$, 12cm 인 직육면체에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



① $3\sqrt{139}\text{cm}$

② $2\sqrt{139}\text{cm}$

③ $\sqrt{193}\text{cm}$

④ $\frac{\sqrt{193}}{2}\text{cm}$

⑤ $3\sqrt{31}\text{cm}$

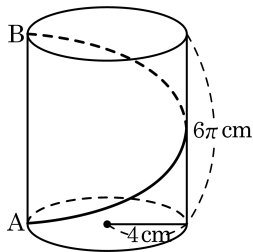
해설

$\triangle AEO$ 는 직각삼각형이고,

$$\overline{EO} = \frac{1}{2} \times \overline{EG} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AO} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EO}^2} \\ &= \sqrt{12^2 + 7^2} = \sqrt{193}(\text{cm})\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 높이가 6π cm, 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 인 원기둥이 있을 때, 점 A에서 옆면을 따라 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.



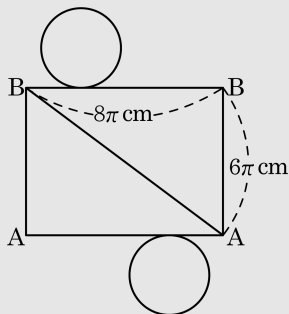
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10π cm

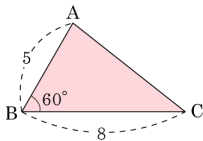
해설

원의 반지름이 4 cm 이므로 전개도의 가로 길이는 8π cm 가 된다.

$$\text{대각선 } \overline{BA} = \sqrt{(8\pi)^2 + (6\pi)^2} = 10\pi \text{ (cm)}$$



19. 다음 삼각형의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수, b 는 최소의 자연수)



① 10

② 11

③ 12

④ 13

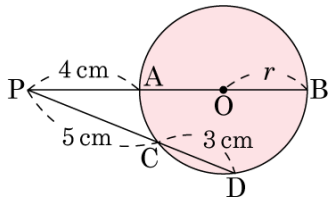
⑤ 14

해설

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$$

따라서 $a = 10$, $b = 3$ 이다.

20. 다음 그림에서 r 의 값은?



① 2.5 cm

② 3 cm

③ 3.5 cm

④ 4 cm

⑤ 4.5 cm

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = r$ 이고

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$$4(4 + r + r) = 5(5 + 3)$$

$$\therefore r = 3$$

21. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

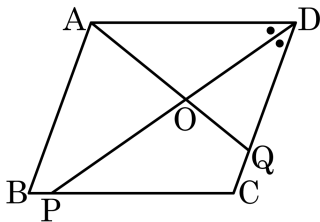
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{DQ} : \overline{QC} = 9 : 6 : 2$ 이고 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 P 라고 할 때, $\square ABCQ$ 의 넓이는 $\triangle DOQ$ 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 :

배

▶ 정답 : $\frac{25}{6}$ 배

해설

$\triangle DAQ$ 에서

$\overline{AD} : \overline{DQ} = \overline{AO} : \overline{OQ} = 9 : 6 = 3 : 2$ 이므로

$\triangle DOQ = 2a$ 라 하면 $\triangle DAO = 3a$ 이다.

$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times \frac{6}{8} \times \square ABCD$ 에서 $5a = \frac{3}{8} \square ABCD$

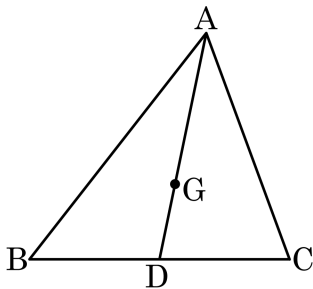
$\therefore \square ABCD = \frac{40}{3}a$

따라서 $\square ABCQ = \frac{40}{3}a - 5a = \frac{25}{3}a$ 이므로 $\square ABCQ : \triangle DOQ =$

$\frac{25}{3}a : 2a$ 이다.

$\therefore \square ABCQ = \frac{25}{6} \triangle DOQ$

23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?



① 3 : 1

② 5 : 2

③ 4 : 3

④ 4 : 1

⑤ 2 : 1

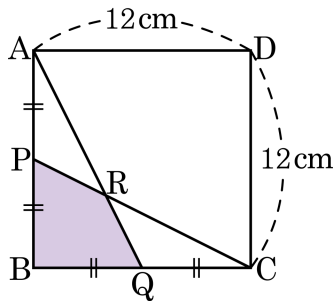
해설

점 G 가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a 라고 하면 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2 이고, $\overline{AG}$ 의 길이는 $2a$ 이므로 $\overline{AG}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.

따라서 넓이의 비는 4 : 1이다.

24. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 두 변 AB, BC 의 중점을 각각 P, Q 라 하고 $\overline{AQ}$ 와 $\overline{PC}$ 의 교점을 R 라 할 때, $\square PBQR$ 의 넓이는?



① 20cm^2

② 22cm^2

③ 24cm^2

④ 26cm^2

⑤ 28cm^2

해설

$\triangle ABC$ 에서, 점 R 은 두 중선의 교점이므로 점 R 은 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{CR} : \overline{RP} = 2 : 1$

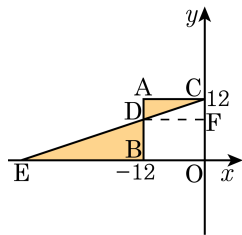
$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36(\text{cm}^2)$$

$$\triangle RBC = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\text{cm}^2)$$

$$\triangle RQC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square PBQR = \triangle PBC - \triangle RQC = 36 - 12 = 24(\text{cm}^2)$$

25. 다음 그림의 좌표평면에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle DEB$ 의 넓이의 합은 $\square DBOC$ 의 넓이와 같을 때, 점 D, E의 좌표를 각각 구하면?



- ① D $(-12, 10)$, E $(-36, 0)$
 ② D $(-12, 8)$, E $(-24, 0)$
 ③ D $(-12, 10)$, E $(-24, 0)$
 ④ D $(-12, 8)$, E $(-36, 0)$
 ⑤ D $(-12, 10)$, E $(-34, 0)$

해설

$$\triangle ADC + \triangle DEB = \square DBOF$$

$$\triangle DEB = 2\triangle CDB$$

따라서 $\overline{EB} : \overline{BO} = 2 : 1$ 이다.

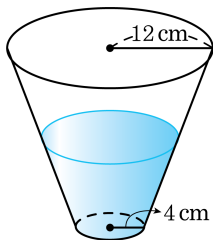
$$\overline{EB} = 2\overline{BO} = 24$$

$\triangle DEB$ 와 $\triangle DCA$ 의 닮음비가 $2 : 1$ 이므로 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{DB}$

$$\therefore \overline{DB} = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$\therefore D(-12, 8), E(-36, 0)$$

26. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 물을 채우는 데 56분이 걸렸다. 같은 속도로 물을 가득 채우려면 몇 분이 더 걸리겠는가?



- ① 152 분 ② 168 분 ③ 173 분
④ 179 분 ⑤ 185 분

해설

$$\frac{12 + 4}{2} = 8$$

그릇의 부피를 V_1 , 그릇의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채운 물의 부피를 V_2 라 하면

$$4 : 8 : 12 = 1 : 2 : 3 \text{ 에서 } 1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$$

$$V_1 : V_2 = (27 - 1) : (8 - 1) = 26 : 7$$

$$26 : 7 = (\text{시간}) : 56, (\text{시간}) = 208\text{분}$$

$$\therefore (\text{더 걸리는 시간}) = 208 - 56 = 152(\text{분})$$

27. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

28. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

- ① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

29. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

30. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90^\circ - 3\cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10

② -6

③ -2

④ 2

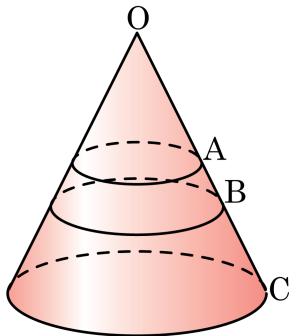
⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$

$$a + 2 + 8 = 0, a = -10$$

31. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA} : \overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 1 : 2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 74 cm^3 일 때, 처음 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

cm^3

▷ 정답 : 432 cm^3

해설

$$\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} = 3 : 4 : 6$$

$$3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$$

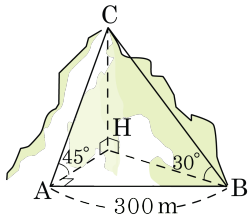
잘려진 입체도형의 부피의 비는

$$27 : (64 - 27) : (216 - 64) = 27 : 37 : 152$$

처음 원뿔의 부피를 x 라 하면

$$37 : 216 = 74 : x, \quad x = 432(\text{cm}^3)$$

32. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 측정하기 위하여 수평면 위에 거리가 300m 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고, 필요한 부분을 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $150\sqrt{2}$ m

해설

$\overline{CH}$ 의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{CH} = x$$

$$\overline{BH} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BH}^2 - \overline{AH}^2}$$

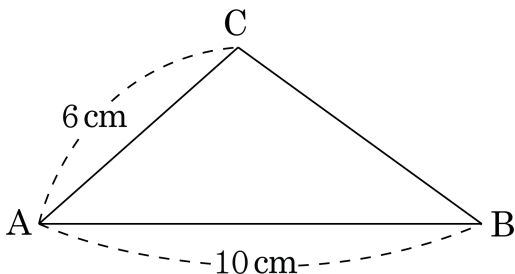
$$= \sqrt{3x^2 - x^2}$$

$$= \sqrt{2}x$$

$$= 300 \text{ (cm)}$$

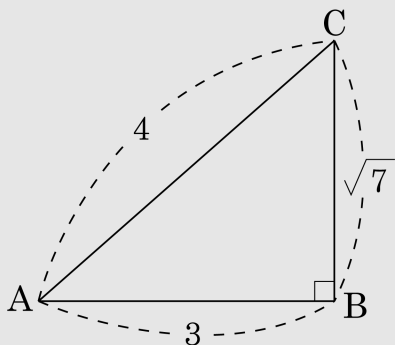
$$\therefore x = 150\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

33. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\cos \angle A = \frac{3}{4}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?
(단, $0^\circ < \angle A < 90^\circ$)



- ① $\frac{13}{2} \text{ cm}^2$ ② $\frac{13\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{15}{2} \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{15\sqrt{7}}{2} \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{15\sqrt{10}}{2} \text{ cm}^2$

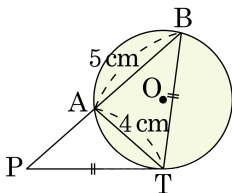
해설



$$\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{2} (\text{cm}^2)$$

34. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 하고, 점 P에서 그은 할선의 교점을 A, B라 하자. $\overline{PT} = \overline{BT}$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{AT} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① 4 cm

② 4.5 cm

③ 5 cm

④ 5.5 cm

⑤ 6 cm

해설

$$\angle ATP = \angle PBT = \angle BPT$$

$\triangle APT$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{PA} = 4$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) = 36$$

$$\therefore \overline{PT} = 6 (\because \overline{PT} > 0)$$

35. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

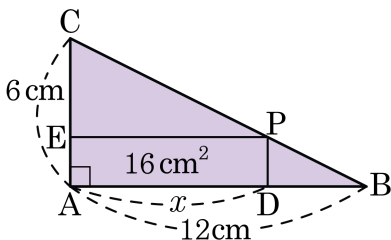
▷ 정답 : 2초

▷ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

36. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

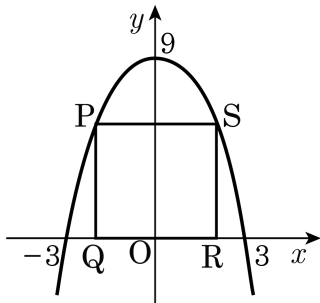
$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

37. 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면

$(0, 9)$ 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,

$(3, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$

$R(a, 0)$ 이라 하면 (단, $0 < a < 3$), $S(a, -a^2 + 9)$

직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$

둘레는 $2\{2a + (-a^2 + 9)\} = -2(a - 1)^2 + 20$

따라서 둘레의 최댓값은 20