

1. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라.(단, $p > q$)

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

2. 이차방정식 $ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이 $-5, b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned} &x = -5 \text{ 일 때} \\ &a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 = 0 \\ &25a - 20a - 10 - a - 2 = 0 \\ &4a = 12, a = 3 \\ &3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0 \\ &3x^2 + 14x - 5 = 0 \\ &(x + 5)(3x - 1) = 0 \\ &x = -5, x = \frac{1}{3} = b \\ &\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2-8x+7=0$ 의 두 근의 곱이 이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{63}{2}$

해설

$x^2-8x+7=0, (x-1)(x-7)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=7$

두 근의 곱은 7 이므로

이차방정식 $2x^2-5x+2k=0$ 에 $x=7$ 을 대입하면

$98-35+2k=0, 2k=-63$

따라서 k 는 $-\frac{63}{2}$ 이다.

4. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때,
 $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에

$x = 1$ 을 대입하면

$a = 4$, $b = 3$

$\therefore a - b = 1$

5. $x^2 + 4x + 4 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (증근) ② $x = -3$ (증근) ③ $x = 5$ (증근)
④ $x = 1$ (증근) ⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$(x + 2)^2 = 0, x + 2 = 0, x = -2$ (증근)

6. 이차방정식 $x^2 - 2(x + A) - 5 = 0$ 이 $x = B$ 를 중근으로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 AB 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -3$

해설

$x^2 - 2x - 2A - 5 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$-2A - 5 = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1$$

$$\therefore A = -3$$

즉, $x^2 - 2x + 1 = 0$ 이므로 $(x - 1)^2 = 0, x = 1$

$$\therefore A = -3, B = 1$$

그러므로 $AB = -3$ 이다.

7. 이차방정식 $(3x-2)^2 = 16$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(3x-2)^2 = 16$$

$$3x-2 = \pm 4$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

8. $3x^2 - ax + 3 = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다. 이때, a 의 값과 나머지 한 근은?

① $a = 10, x = 2 + \sqrt{3}$

② $a = 10, x = 2 - \sqrt{3}$

③ $a = 12, x = 2 + \sqrt{3}$

④ $a = 12, x = 2 - \sqrt{3}$

⑤ $a = 14, x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$a(2 + \sqrt{3}) = 24 + 12\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12$$

$$3x^2 - 12x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2 - \sqrt{3}$$

9. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
- ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
- ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.
- ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.
㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

10. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x - 1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

11. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

12. 이차방정식 $x^2 + 3k + 4 = 8x$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

$x^2 + 3k + 4 = 8x$ 가 중근을 가지므로

$$3k + 4 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, 3k + 4 = 16$$

$$\therefore k = 4$$

13. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

즉, $(-1)^2 - c > 0$

$\therefore c < 1$

14. 두 근이 연속한 짝수이고 두 근의 제곱의 차가 28 인 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3b = 0$ 이 있다. 이때, 상수 $b - a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$(\alpha + 2)^2 - \alpha^2 = 28$$

$$4\alpha - 24 = 0$$

$$\therefore \alpha = 6$$

따라서 두 근은 6, 8 이므로 근과 계수와의 관계로부터

$$2a = 6 + 8 = 14, a = 7$$

$$3b = 48, b = 16$$

$$\therefore b - a = 9$$

15. 이차방정식 $3x^2+ kx+m=0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -2$ 일 때, $mx^2+7x-k=0$ 의 해는? (단, k, m 은 유리수)

① $x = \frac{1}{3}, x = 2$

③ $x = -1, x = \frac{1}{3}$

⑤ $x = \frac{1}{3}, x = \frac{5}{2}$

② $x = 1, x = \frac{5}{2}$

④ $x = \frac{5}{2}, x = 3$

해설

$$-\frac{k}{3} = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3} \text{ 이므로 } k = 5$$

$$\frac{m}{3} = \frac{1}{3}(-2) = -\frac{2}{3} \text{ 이므로 } m = -2$$

$$mx^2 + 7x - k = 0$$

$$-2x^2 + 7x - 5 = 0$$

$$(2x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, x = \frac{5}{2}$$

16. x^2 의 계수가 1인 이차방정식의 두 근은 $1 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이 이차방정식의 식은?

① $x^2 - 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 1 = 0$

③ $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$

④ $x^2 - 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 2 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -4

$\therefore x^2 - 2x - 4 = 0$

17. 성훈이가 물로켓을 만들어 위로 똑바로 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓이 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 5초

해설

땅에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

식을 세우면 $40t - 8t^2 = 0$

식을 정리하면 $t^2 - 5t = 0$

$$t(t - 5) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 5$

18. 어떤 원의 반지름의 길이를 4cm 늘렸더니 늘어난 부분의 넓이는 처음 원의 넓이의 3 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면,

$$\pi(x+4)^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 3x^2$$

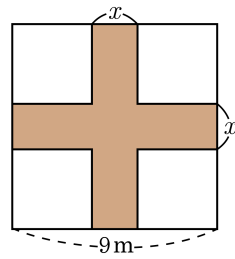
$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x+4)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ cm} (\because x > 0)$$

19. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m



해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x - 2)(x - 16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because x < 9) \end{aligned}$$

20. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의 $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

원가 : 1000원

정가 : $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$