

1. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

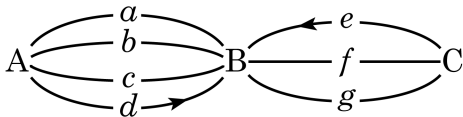
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D. 는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

2. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
 ④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

3. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

①

12

② 14

③ 16

④ 18

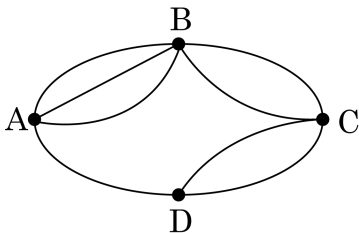
⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

4. 네 개의 도시 A, B, C, D 사이에는 아래 그림과 같은 도로가 있다. A 를 출발하여 모든 도시를 한번씩만 거치고, 다시 A 로 돌아오는 방법의 수는?



① 26

② 24

③ 20

④ 16

⑤ 12

해설

$A - B$ 도로의 가지 수 : 3 가지

$B - C$ 도로의 가지 수 : 2 가지

$C - D$ 도로의 가지 수 : 2 가지

$D - A$ 도로의 가지 수 : 1 가지

(i) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 인 경우

$$3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$$

(ii) $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 인 경우

$$1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$$

그런데 (i) 과 (ii) 는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙을 이용하여

$$\therefore 12 + 12 = 24 \text{ (가지)}$$

5. 10 원짜리 동전 5 개, 100 원짜리 동전 4 개, 1000 원짜리 지폐 1 장이 있을 때, 이들을 전부 또는 일부 사용하여 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 59 가지

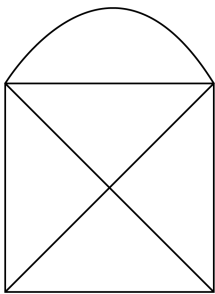
해설

10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4, 5 개 사용할 수 있고 이들 각각에 100 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4 개 사용할 수 있고 여기에 1000 원짜리 지폐 0, 1 개를 각각 사용할 수 있다.

그런데 10 원짜리 동전 0 개, 100 원짜리 동전 0 개, 1000 원짜리 지폐 0 개를 동시에 사용하는 것은 의미가 없으므로 구하는 경우의 수는

$$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59 \text{ (가지)}$$

6. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

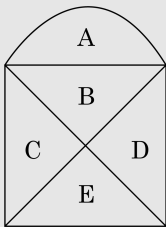


▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A , B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C , D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C , D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

7. 다항식 $(a + b + c)(p + q + r) - (a + b)(s + t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$(a + b + c)(p + q + r)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$3 \times 3 = 9$$

$(a + b)(s + t)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$2 \times 2 = 4$$

따라서 구하는 항의 개수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

8. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n + 1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n + 1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n + 1)! \times 5! = 86400$

$$\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$$\therefore n = 5$$

9. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400

② 3456

③ 3500

④ 3546

⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$$

10. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24

② 144

③ 210

④ 288

⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.

$$4! \times 2! \times 3! = 288$$

11. $POWER$ 의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P 와 R 가 이웃하는 경우의 수는?

① 36

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

P 와 R 을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 P 와 R 가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.

$$\therefore 24 \times 2 = 48$$

12. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160

② 180

③ 200

④ 400

⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720가지

a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법

a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고

a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면

$$5! \times 2! = 240 \text{ (가지)}$$

따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는

$$720 - 240 = 480 \text{ (가지)}$$

13. 'worldcup'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 w와 d 사이에 3개의 문자가 들어 있는 것은 몇 개인가?

① 3820

② 4630

③ 5760

④ 6740

⑤ 7260

해설

ⓦ○○○○ⓓ○○○

w와 d 사이에 나머지 6개 중 3개를 뽑아 채우고 w와 d가 자리를 바꿀 수 있는 경우를 곱한 뒤 5문자를 한 묶음으로 보고 4개를 줄세우는 경우를 구한다.

$${}_6P_3 \times 2! \times 4! = 5760$$

14. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, A 가 가장 뒤에 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$$3! = 6$$

15. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p , r , l 은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20

② 24

③ 30

④ 60

⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p , r , l 을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

16. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32

② 48

③ 72

④ 144

⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$$\therefore 3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144(\text{가지})$$

17. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

① 12개

② 16개

③ 20개

④ 24개

⑤ 30개

해설

23 의 개수 : 2개

24 의 개수 : 2개

3 의 개수 : 6개

4 의 개수 : 6개

$$\therefore 2 + 2 + 6 + 6 = 16(\text{개})$$

18. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e 를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $cbdea$

해설

a □ □ □ □의 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24(\text{가지})$$

b □ □ □ □의 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24(\text{가지})$$

ca □ □ □의 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade, cbaed, cbdae, \dots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$ 이다.

19. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$ 에서

$n+2 = 2n+2$ 일 때 : $n = 0$

$n+2 = 10 - (2n+2)$ 일 때 : $3n = 6, n = 2$

$\therefore n = 0 \text{ or } 2$

20. 10개의 팀이 참가하는 프로 축구 K리그에서 각 팀은 나머지 팀과 각각 같은 수의 경기를 치른다. 전체 135경기가 치러졌을 때, 각 팀이 다른 한 팀과 치르는 경기 수는?

① 2경기

② 3경기

③ 4경기

④ 5경기

⑤ 6경기

해설

각팀이 다른 한 팀과 치른 경기 수를 n 이라 하면,

$${}_{10}C_2 \times n = 135$$

$$\therefore n = 3$$

21. 3 개의 증권회사, 3 개의 통신회사, 4 개의 건설회사가 있다. 증권, 통신, 건설 각 업종별로 적어도 하나의 회사를 선택하여 총 4 개의 회사에 입사원서를 내는 경우의 수는?

① 120

② 126

③ 132

④ 138

⑤ 144

해설

- (i) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 2개,
1개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 36(\text{가지})$$

- (ii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
2개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 = 36(\text{가지})$$

- (iii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
1개, 2개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 54(\text{가지})$$

따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 + 54 = 126(\text{가지})$

22. 남자 5 명, 여자 4 명이 있다. 이 중에서 남자 3 명, 여자 3 명을 뽑아 남녀 한 명씩 짝을 짓는 방법의 수를 구하여라.

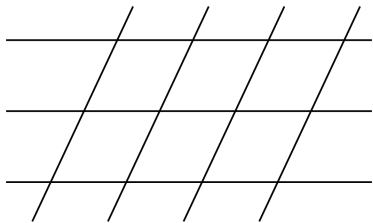
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 240가지

해설

$${}_5C_3 \times {}_4C_3 \times 3! = 10 \times 4 \times 6 = 240$$

23. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다.
이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면
평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

24. 8 명의 사람이 3 대의 같은 자동차에 나누어 타려고 한다. 각각의 차에 고르게 분산하여 탑승하기 위해 3 명, 3 명, 2 명으로 나누어 타기로 한다고 할 때, 자동차를 탈 수 있는 방법의 수는?

① 115

② 210

③ 280

④ 320

⑤ 640

해설

$${}_8C_3 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 280$$

25. 서로 다른 네 개의 다리를 서로 다른 네 개의 건설 팀이 건설하는데 두 팀씩 2 개조로 나누어서 각 조가 2 개씩 나누어 맡아서 건설하기로 하였다. 건설하는 방법의 수는?

① 15

② 18

③ 21

④ 24

⑤ 27

해설

서로 다른 4 개의 다리를 2 개씩 나누는 가지수는

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

서로 다른 네 개의 건설 팀을 두 팀씩 2 개조로 나누는 가지수

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

2 개조가 나누어진 2 개동 중 하나를 선택하는 가지수는 2가지
따라서, 건설하는 방법의 수는

$$3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ (가지) 이다.}$$

26. 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 배열할 때, i 번째 숫자를 a_i 라고 하자. 이러한 배열 중 $a_i \neq i$ 를 만족하는 것의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq i \leq 5$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 44 개

해설

a_1 의 가능한 경우는 2, 3, 4, 5의 4가지이다.

$a_1 = 2$ 인 경우 다음 수형도로부터 11개이다.

a_1	2										
a_2	1	3			4		5				
a_3	4	5	1	4	5	1	5	4	1		
a_4	5	3	5	5	1	5	1	3	1	1	3
a_5	3	4	4	1	4	3	3	1	3	3	4

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지로 각각 11개가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (개) 임을 알 수 있다.

27. 100 원짜리 동전 3 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 3 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 98

② 102

③ 110

④ 115

⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3 + 1)$ 가지이다.

그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,

$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로

100 원짜리 동전 3 개를 50 원짜리 동전 6 개로 바꿔 생각한다.

즉, 50 원짜리 동전 9 개와 10 원짜리 동전 3 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.

$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$

$\therefore a + b = 102$

28. 서로 다른 책이 11권 꽂혀 있는 책장에서 3권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

$${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$$

$${}_{11-x}C_3 = 35$$

$$11 - x = 7, x = 4$$

29. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수 $f : A \rightarrow B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것은 몇 개인가?

① 7개

② 10개

③ 12개

④ 14개

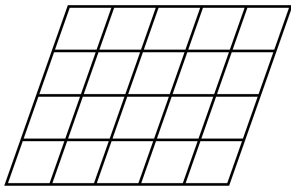
⑤ 24개

해설

A 의 원소 1, 2, 3, 4를 두 개의 조로 나눈 다음,
 B 의 원소 a, b 에 분배하는 방법을 생각해 보면
두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로

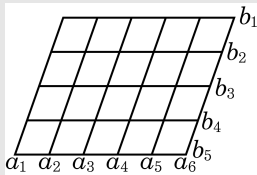
$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14(\text{개})$$

30. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설

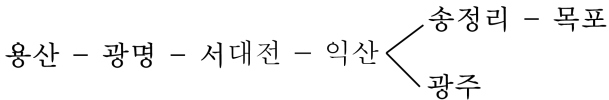


그림에서 평행사변형이 형성되려면

가로 축 ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$) 중에서 2 개와 세로 축 (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

31. 다음은 고속 철도 KTX 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

① 36

② 38

③ 40

④ 42

⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.

$${}_7P_2 = 42$$

그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

32. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

① 250

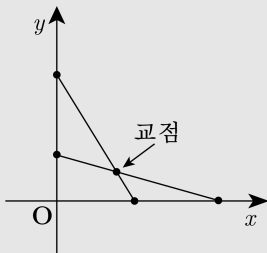
② 450

③ 500

④ 1250

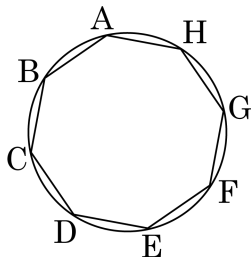
⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1 개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x 축, y 축에서 각각 2 개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

33. 원에 내접하는 팔각형에서 세 개의 꼭짓점을 이을 때 만들어지는 삼각형을 다음과 같이 구하고자 한다.



팔각형과 한 변을 공유하는 삼각형의 개수는 a 개, 팔각형과 두 변을 공유하는 삼각형의 개수는 b 개, 따라서 팔각형과 한 변도 공유하지 않는 삼각형의 개수는 c 개이다. 위의 과정에서 $a + b - c$ 의 값은?

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

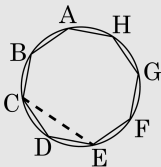
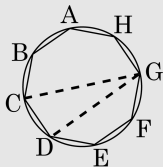
한 변을 공유하는 경우는 한 변마다 꼭짓점이 4 개씩 있으므로,

$$4 \times 8 = 32(\text{개}) \Rightarrow a = 32$$

두 변을 공유하는 경우는 꼭짓점 한 개에 한 개씩 모두 8 (개) $\Rightarrow b = 8$

따라서 변을 공유하지 않는 삼각형은

$${}_8C_3 - 32 - 8 = 16 \Rightarrow c = 16$$



$$\therefore a + b - c = 32 + 8 - 16 = 24$$