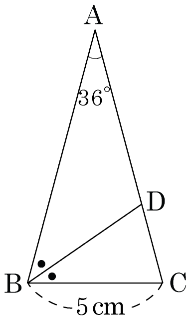
1. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 36°$, $\overline{BC} = 5\,cm$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 72°$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}-1}{5}$　② $\dfrac{\sqrt{5}-2}{5}$　③ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$
④ $\dfrac{\sqrt{5}-2}{4}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}$

해설

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°$,

$\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 5\ (cm)$

$\overline{CD} = x\ (cm)$ 라 하면 $\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + x\ (cm)$

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BD} \Rightarrow 5 : 5 + x = x : 5$

$x^2 + 5x = 25$

$x^2 + 5x - 25 = 0$

$\therefore\ x = \dfrac{-5 + \sqrt{125}}{2} = \dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ x > 0$)

$\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + \left(\dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}\right) = \dfrac{5 + 5\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \cos 78° = \dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{5}{5 + 5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

2. $\tan A = \dfrac{1}{2}$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{9}$

해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$(\text{준식}) = \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A}$$

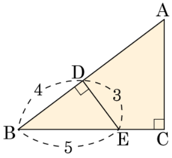
$$= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2}$$

$$= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \quad (\because \ \cos A + \sin A \neq 0)$$

$$= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$$

$$= \frac{1}{3}$$

3. 다음 그림에서 $10(\sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A})$ 의 값은??



① 14　　② 16　　③ 17　　④ 18　　⑤ 19

해설

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{DBE}$, $\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{E}$

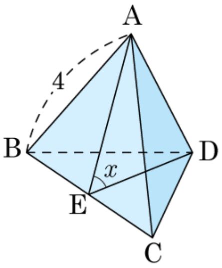
$\overline{\mathrm{DE}} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$$\sin \mathrm{A} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{BE}}} = \frac{4}{5}, \quad \cos \mathrm{A} = \frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{BE}}} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\therefore (\sin A + \cos A) = 10 \times \frac{7}{5} = 14$$

4. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$　⑤ $\frac{1}{16}$

해설

점 A 에서 밑면 △BCD 에 내린 수선의 발 H 는 △BCD 의 무게중심이 된다.

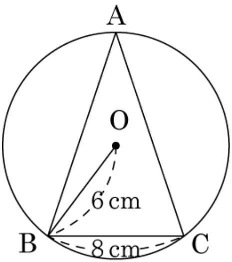
$\therefore\ \overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$

△DBC 에서 $\overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

△AEH 에서 $\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 8$ cm 일 때, $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은?



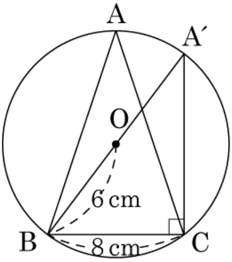
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$\angle A = \angle A'$, $\overline{BA'} = 12$ (cm) 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$ (cm)

$\therefore \sin A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\cos A = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서 $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은 $\frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{9}$ 이다.



6. $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} = \sqrt{2}$ 일 때, $\tan A$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 45°$)

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

$0° \le A \le 45°$에서 $\cos A - \sin A \ge 0$이므로

$$(\text{준식}) = (\cos A - \sin A) + (\sin A + \cos A)$$
$$= 2\cos A = \sqrt{2}$$

즉, $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 에서 $\angle A = 45°$

$\therefore \tan A = \tan 45° = 1$