

1. 연립부등식
$$\begin{cases} -2(3-x) > 10 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$$
 의 해는?

① $x \leq 2$

② $-4 \leq x < 8$

③ 해가 없다.

④ $2 \leq x < 8$

⑤ $x > 8$

해설

(i) $- (6 - 2x) > 10, x > 8$

(ii) $\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} \leq \frac{2}{3}x + 1$ 에서 양변에 12를 곱하면 $9x + 10 \leq 8x + 12,$

$x \leq 2$

따라서 해가 없다.

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 가 $-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)

㉠ $c < 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $a + 2b + 4c > 0$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c (a < 0)$ 로 놓으면

$-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 에서

㉠) $f(0) = c > 0$

㉡) 꼭짓점의 x 좌표가 양이므로 $-\frac{b}{2a} > 0$

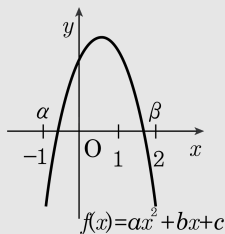
$0 \therefore ab < 0$

㉢) $f(-1) = a - b + c < 0$

㉣) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c > 0, \frac{1}{4}(a + 2b +$

$4c) > 0$

$\therefore a + 2b + 4c > 0$



3. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 의 해가 $-2 \leq x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{7}{2}$

② 3

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \dots \textcircled{㉠} \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

㉠을 풀면

$$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}, 4x+8 < 15-3x, 7x < 7$$

$$\therefore x < 1 \dots (\text{i})$$

$$\textcircled{㉡} \text{을 풀면 } \frac{5-x}{2} \leq a, 5-x \leq 2a$$

$$\therefore x \geq 5-2a \dots (\text{ii})$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 범위는 $5-2a \leq x < 1$ 이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$$\therefore a = \frac{7}{2}$$

4. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 2$

② $a \geq 2$

③ $a < 2$

④ a 는 모든 실수

⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수

$a \neq 2$ 일 때,

$$(a-2)x^2 - 2(a-2)x + a+4 = 0 \cdots \textcircled{7} \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(a+4) = -6(a-2) \text{이므로}$$

i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수

ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{7}$ 의 근을

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.

$\therefore a$ 는 모든 실수

5. x 에 대한 이차함수 $y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 의 값이 모든 실수 x 에 대하여 항상 양이 되는 실수 a 의 값의 집합을 A 라 하고, 항상 음이 되는 실수 a 의 값의 집합을 B 라 할 때, $A \cup B$ 는?

① $\{a \mid a < 6\}$

② $\{a \mid a \leq 6\}$

③ $\{a \mid 3 < a < 6\}$

④ $\{a \mid 3 \leq a \leq 6\}$

⑤ $\{a \mid a > 3\}$

해설

$y = (a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3$ 이 이차함수이므로 $a \neq 3$ 이 때, 이차방정식 $(a-3)x^2 - 2(a-3)x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하자.

(i) 항상 양일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y > 0$ 이라면 $a-3 > 0$, 즉 $a > 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore A = \{a \mid 3 < a < 6\}$$

(ii) 항상 음일 경우

모든 실수 x 에 대하여 항상 $y < 0$ 이라면 $a-3 < 0$, 즉 $a < 3$ 이고

$$\frac{D}{4} = (a-3)^2 - 3(a-3) < 0$$

$$(a-3)(a-3-3) < 0, (a-3)(a-6) < 0$$

$$\therefore 3 < a < 6$$

$$\therefore B = \emptyset$$

(i), (ii)에서 $A \cup B = \{a \mid 3 < a < 6\}$

6. x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} (x+a)(x-4) < 0 \\ (x-a)(x-3) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x < 4$ 가

되도록 하는 실수 a 의 값의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,
 $M - m$ 의 값을 구하면?

㉠ 3

㉡ -3

㉢ 4

㉣ -4

㉤ -7

해설

$$(x+a)(x-4) < 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x-a)(x-3) > 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통해가 $3 < x < 4$ 이므로

$-a < 4$, $a < 3$ 이어야 한다.

$$\therefore \textcircled{㉠} \text{의 해는 } -a < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{의 해는 } x < a \text{ 또는 } x > 3 \dots\dots \textcircled{㉣}$$

㉢, ㉣의 공통 범위가 $3 < x < 4$ 이려면

$$-a \leq 3, a \leq -a$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0$$

$$\therefore M = 0, m = -3 \therefore M - m = 3$$

7. 세 변의 길이가 x , $x+1$, $x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는 x 의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x > 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$x+2$ 가 최대변이므로

$$x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

둔각삼각형이 되는 조건은

$$(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$$

$$\therefore -1 < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 공통범위를 구하면

$$1 < x < 3$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq$$

$$0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$

