

1. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = x^2 + x - x^2$

② $y = 0 \cdot x^2 + 3$

③ $y = x^2(-x^2 + 4x + 5)$

④ $y = x^2 + x + 3 - 2x^2$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$

해설

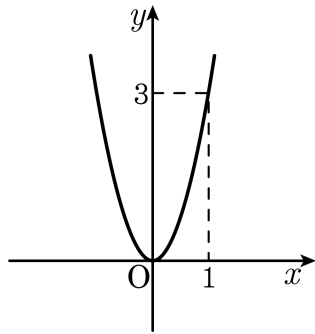
① $y = x^2 + x - x^2 = x$ 이므로 일차함수이다.

② $y = 0 \cdot x^2 + 3 = 3$ 이므로 상수함수이다.

③ $y = x^2 + (-x^2 + 4x + 5) = 4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

⑤ $y = \frac{1}{x^2} + x - 1$ 는 분수함수이다.

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$$

3. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

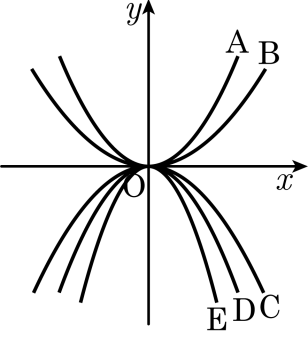
④ $y = -\frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 절댓값이 가장 큰 것은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

y 축에 가까울수록 a 의 절댓값이 크다.

5. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.
 - ② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

- ① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x-1)^2$

② $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

③ $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $y = x^2 + \frac{1}{2}$

⑤ $y = -x^2 - \frac{1}{2}$

해설

$$y = -x^2 - \frac{1}{2}$$

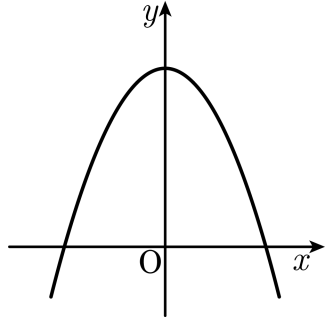
7. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ ② $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$
④ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$

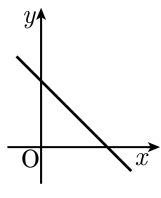
해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 - 5 = -\frac{1}{2}x^2 - 2$$

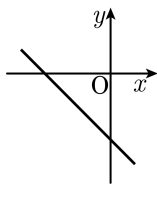
8. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는?



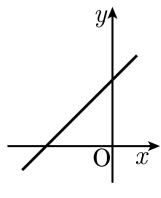
①



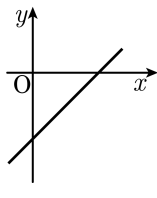
②



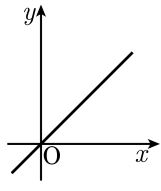
③



④



⑤



해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점이 y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기가 음수이고 y 절편이 양수인 그래프이다.

9. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.
- ③ y 절편은 -2 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ⑤ $(1, 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

10. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
- ② 밑변의 길이가 4, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
- ③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ① $y = 2\pi x$ (일차함수)
- ② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)
- ③ $y = 10x$ (일차함수)
- ④ $y = x^2$ (이차함수)
- ⑤ $y = 40x$ (일차함수)

11. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

12. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1) f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

13. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

14. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ (1, -2)
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ (3, -12)
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ (-4, -30)

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 1 개
- $\textcircled{\textcircled{\tiny \text{㉡}}}$ 2 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 3 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 4 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$, $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$, $-7a = 14$, $a = -2$ $\therefore f(x) = -2x^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18$ $\therefore$ (3, -18)
 $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32$ $\therefore$ (-4, -32)
따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 의 2 개이다.

15. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

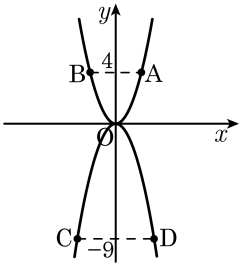
▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

16. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

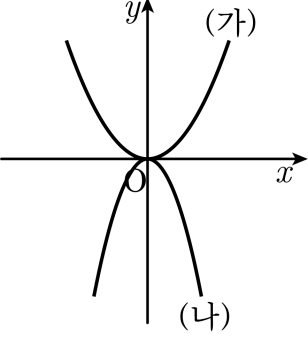
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3 , 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 적당한 것은?



- ①

$y = -2ax^2$
- ②

$y = -ax^2$
- ③

$y = 2ax^2$
- ④

$y = -\frac{1}{2}ax^2$
- ⑤

$y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$y = bx^2, b < 0$
 $|b| > |a|$

18. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.
- ② 직선 $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
- ④ $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

19. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉥ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

20. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동할 때, 대칭축 $x = a$ 는 제 2, 3 사분면을 지난다. 다음 보기 중 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ $a = -5$

㉡ $a = 2$

㉢ $a = -3$

㉣ $a = 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

이차함수의 그래프가 왼쪽으로 평행이동해야 하므로 $a < 0$ 이 되어야 한다. 따라서 ㉠, ㉢이다.

21. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

22. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 을 지나므로
 $a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

23. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로

$$-2 - k = -4 + 3$$

$$\therefore k = -1$$

24. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m^2 + 4m - 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = -2x - 2$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 0$

▷ 정답 : $m = -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2mx + m^2 + 4m - 2 \\ &= -(x - m)^2 + 2m^2 + 4m - 2 \end{aligned}$$

꼭짓점 $(m, 2m^2 + 4m - 2)$ 가 직선

$y = -2x - 2$ 위에 있으므로

$$2m^2 + 4m - 2 = -2m - 2$$

$$2m^2 + 6m = 0, \quad 2m(m + 3) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } m = -3$$

25. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x > 3$

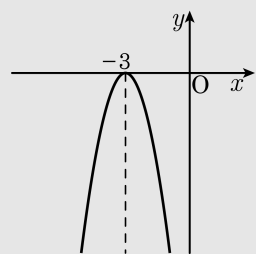
③ $x < -3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

26. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

27. 이차함수 $y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

① 20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ -20

해설

$y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (-x - 4)^2 - 5$,
 $y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$ 이므로
 $a = -1, p = 4, q = 5$
 $\therefore apq = -20$

28. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$y = 2(-x + 1)^2 - 3$$

$$y = 2(x - 1)^2 - 3$$

점 $(4, k)$ 를 대입하면

$$2(4 - 1)^2 - 3 = k$$

$$\therefore k = 15$$

29. 이차함수 $y = 3(x + 1)^2 + q$ 의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수 q 의 범위는?

① $q < -1$

② $q < -2$

③ $q < -3$

④ $q < -4$

⑤ $q < -5$

해설

꼭짓점은 $(-1, q)$ 로 아래로 볼록한 그래프이다.
모든 사분면을 지나려면 $3 + q < 0$ 이어야 한다.

$\therefore q < -3$

30. 포물선 $y = (x + a - 1)^2 + (a^2 - 3a - 10)$ 의 꼭짓점이 $(2, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

꼭짓점의 좌표 $(1 - a, a^2 - 3a - 10)$ 이 $(2, k)$ 이므로

$$1 - a = 2$$

$$\therefore a = -1$$

$a^2 - 3a - 10$ 에 $a = -1$ 을 대입하면

$$1 + 3 - 10 = k$$

$$\therefore k = -6$$