1. $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2}-2)$ 가 유리수가 되도록 유리수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$2\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}-2\sqrt{6}\times\sqrt{6}-\frac{a}{\sqrt{2}}\times4\sqrt{2}+\frac{a}{\sqrt{2}}\times2$

$=2\sqrt{2}-12-4a+a\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}(2+a)-12-4a$

유리수가 되기 위해서 $a+2=0$

$\therefore\ a=-2$

2. $2a+8\sqrt{3}-7-4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2a+8\sqrt{3}-7-4a\sqrt{3}=2a-7+(8-4a)\sqrt{3}$
주어진 식이 유리수가 되기 위해서는 $8-4a$ 의 값이 0 이 되어야 한다.
$8-4a=0 \quad \therefore\ a=2$

3. $3(3-a\sqrt{2})-\sqrt{3}(a\sqrt{3}-2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 4

해설

$9-3a\sqrt{2}-3a+2\sqrt{18}$
$=(9-3a)+(6-3a)\sqrt{2}$
유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.
$\therefore\ 6-3a=0,\ a=2$

4. $(x-y)^2-12x+12y+36=(x+ay+b)^2$일 때, 정수 a, b의 곱 ab의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$x-y=A$로 치환하면

$A^2-12A+36=(A-6)^2=(x-y-6)^2$

$\therefore\ a=-1,\ b=-6$

$\therefore\ ab=6$

5. $(x-2)^2-2(x-2)-8$ 을 인수분해 하면?

① $x(x-6)$ ② $(x+2)(x-6)$ ③ $(x+4)(x-2)$

④ $(x-4)(x+2)$ ⑤ $x(x-4)$

해설

$x-2=t$로 치환하면

$t^2-2t-8=(t+2)(t-4)=x(x-6)$

6. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

① a^2-b^2-9 ② a^2+b^2-9

③ a^2-b^2+6b-9 ④ a^2-b^2-9b-9

⑤ a^2-b^2+6b+9

해설

$b-3=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-A)(a+A)\\ &= a^2-A^2\\ &= a^2-(b^2-6b+9)\\ &= a^2-b^2+6b-9\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근일 때, $m + n$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 두 근의 곱은 -5
따라서 -1, -5 가 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다.
$-m = (-1) + (-5) = -6$, $n = (-1) \times (-5) = 5$
$m = 6,\ n = 5$
$\therefore\ m + n = 11$

8. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m-n)^2$ 의 값은?

① -6 ② 0 ③ 3 ④ 18 ⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$m + n = -3$, $mn = -3$

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$

9. α, β 는 이차방정식 $x^2-x-4=0$ 의 두 근이다. $S_n=\alpha^n+\beta^n$ 이라고 할 때, $S_4-S_5+S_6$ 의 값을 구하면?

① 241 ② 242 ③ 243 ④ 244 ⑤ 245

해설

$x^2-x-4=0$ 에 $x=\alpha,\ x=\beta$ 대입

$\alpha^2-\alpha-4=0,\ \alpha^2-\alpha=4$

$\beta^2-\beta-4=0,\ \beta^2-\beta=4$

$\alpha+\beta=1,\ \alpha\beta=-4$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9$

$\alpha^4+\beta^4=(\alpha^2+\beta^2)^2-2\alpha^2\beta^2$

$=9^2-2\times(-4)^2=49$

$\therefore S_4-S_5+S_6=\alpha^4+\beta^4-\alpha^5-\beta^5+\alpha^6+\beta^6$

$=\alpha^4(1-\alpha+\alpha^2)+\beta^4(1-\beta+\beta^2)$

$=\alpha^4(1+4)+\beta^4(1+4)$

$=5(\alpha^4+\beta^4)=5\times49=245$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $x,\ x+4$ 라 하면 $3x = x + 4$
$\therefore\ x = 2$
따라서 두 근은 $2, 6$ 이다.
2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면 $a = -8,\ b = 12$ 가 나온다.
따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

11. $x^2-(m+2)x+2m=0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수)

① -2 ② 0 ③ $\frac{4}{3}$ ④ 3 ⑤ 2

해설

두 근의 비가 $2:3$ 이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.
두 근의 합 $m+2=2k+3k$
$\therefore m=5k-2 \cdots$ ㉠
두 근의 곱 $2m=2k\times 3k$
$\therefore 2m=6k^2 \cdots$ ㉡
㉠의 식을 ㉡에 대입하면
$5k-2=3k^2$
$3k^2-5k+2=0$
$(3k-2)(k-1)=0$
$\therefore k=1$
$\therefore m=3$

12. 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 두 근의 차가 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ −3　　⑤ −4

해설

준식 : $(x-1)(x-3)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=3$
따라서 두 근의 차는 $3-1=2$ 이다.
$x=2$ 가 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근이므로 대입하면
$2(2)^2-5(2)+k=0$
$\therefore k=2$

13. 자연수 1에서 n까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$이다. 자연수 5부터 n까지의 합이 200일 때, n의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(5+6+7+\cdots+n)=(1+2+\cdots+n)-(1+2+3+4)$

$\frac{n(n+1)}{2}-10=200$이므로

$n(n+1)=210$

$n^2+n-420=0$

$(n-20)(n+21)=0$

$n>0$이므로 $n=20$이다.

14. 다음 보기를 만족하는 자연수 n의 값은?

보기

1부터 n까지의 합 : 120

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 120$이므로 $n^2 + n - 240 = 0$이다.

$(n-15)(n+16) = 240$

$\therefore n = 15 (\because n > 0)$

15. 자연수 1부터 n까지의 합이 465이 될 때, n의 값은? (단, 1부터 n까지의 합 : $\frac{n(n+1)}{2}$)

① 25 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 465$이므로

$n^2 + n - 930 = 0$

$(n-30)(n+31) = 0$

$\therefore n = 30 (\because n > 0)$