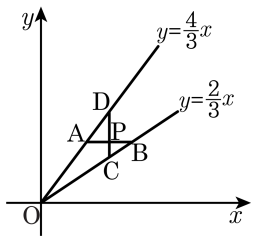


1. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A,B,C,D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

2. 세 점 A (2, 1), B ($-k+1$, 3), C (1, $k+2$)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2, 1) , B($-k+1$, 3) , C(1, $k+2$) 가 같은 직선 위에

있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

3. 세 점 A(1, 2), B(2, -3), C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에 대하여 점 A를 지나고, $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 5$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

해설

점 A를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나야 한다.

$\overline{BC}$ 의 중점은 $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$, 즉 (3, 1) 이므로

두 점 (1, 2), (3, 1)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1-2}{3-1}(x-1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

4. 점 (3, 2) 를 지나고 직선 $-2x+y+5=0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $x-y-1=0$

② $2x-y-3=0$

③ $2x-y-4=0$

④ $2x-5y+4=0$

⑤ $-2x+y-4=0$

해설

직선 $-2x+y+5=0$

즉 $y=2x-5$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

이 때, 점 (3,2) 를 지나므로

구하는 직선의 방정식은

$$y-2=2(x-3), \quad \therefore y=2x-4$$

$$\therefore 2x-y-4=0$$

5. 두 직선 $ax - 2y + 2 = 0$, $2x + by + c = 0$ 이 점 $(2, 4)$ 에서 직교할 때, 다음 중 상수 a, b, c 의 값으로 옳은 것은?

① $a = -3, b = 3, c = -11$

② $a = -3, b = 3, c = -12$

③ $a = 3, b = -3, c = -13$

④ $a = 3, b = 3, c = -15$

⑤ $a = 3, b = 3, c = -16$

해설

(i) 두 직선이 직교하므로 기울기의 곱이 -1 이다.

$$\Rightarrow \frac{a}{2} \times \left(-\frac{2}{b}\right) = -1$$

$$\Rightarrow a = b$$

(ii) 두 직선이 모두 점 $(2, 4)$ 를 지난다.

$$\Rightarrow 2a - 8 + 2 = 0, \quad 4 + 4b + c = 0$$

(i), (ii) 를 연립하면, $a = 3, b = 3, c = -16$

6. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3} \text{이라 할 때,}$$

①, ②의 교점이 ③위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 (2, 0) 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

7. 두 직선 $y = x + 1$, $y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

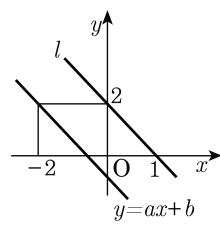
① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

8. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0



해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
 구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.
 $y - 2 = -2(x + 2)$, $y = -2x - 2$
 $y = -2x - 2$, $a = -2$, $b = -2$ 이므로,
 $\therefore a + b = -4$

9. 양 끝점의 좌표가 A(3, 17), B(48, 281)인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 15 개 ④ 16 개 ⑤ 46 개

해설

선분 AB 의 방정식은
$$y = \frac{88}{15}(x - 3) + 17$$
$$3 \leq x \leq 48$$
이때, y 가 정수이려면,
 $x - 3$ 이 15의 배수이어야 한다.
따라서 $x = 3, 18, 33, 48$ 로 모두 4개이다.
문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는
(3, 17), (18, 105), (33, 193), (48, 281)로 모두 4개

10. 다음 그림에서 a 와 b 사이의 관계식을 나타내면?

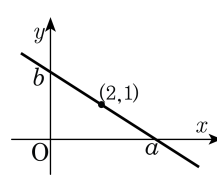
① $a + \frac{a}{2} = 1$

③ $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

⑤ $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} = 1$

② $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$

④ $\frac{2}{a} + b = 1$



해설

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이다.

따라서 $(2, 1)$ 을 지나므로

$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 이다.

11. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 12일 때, ab 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 3

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 24

해설

직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ 에서 $\frac{x}{2a} + \frac{y}{2b} = 1$ 이므로 x

절편은 $2a$, y 절편은 $2b$ 이다.

이 때, a, b 가 양수이므로

직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2a \times 2b = 2ab = 12$$

$$\therefore ab = 6$$

12. 상수 a, b, c 가 조건 $ab > 0, bc < 0$ 을 만족시킬 때 방정식 $ax+by-c=0$ 이 나타내는 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?

- ① 제 1, 2, 3 사분면 ② 제 2, 3, 4 사분면
③ 제 1, 3, 4 사분면 ④ 제 1, 2 사분면
⑤ 제 2, 3 사분면

해설

$$ax+by-c=0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$ab > 0, bc < 0$ 이므로
기울기는 (-), y절편은 (-)이다.
 $\therefore$ 제 2,3,4사분면을 지난다.

13. 두 점 $A(a, 3)$, $B(4, 5)$ 를 잇는 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식이 $y = -x + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

i) 수직이등분선의 기울기는 선분 $\overline{AB}$ 의 기울기에 수직한다.

$$\Rightarrow \frac{5-3}{4-a} \times -1 = -1 \quad \therefore a = 2$$

ii) $\overline{AB}$ 의 중점은 수직이등분선 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{3+5}{2} = -\frac{4+2}{2} + b \quad \therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = 9$$

14. 직선 $mx - y + 2m - 1 = 0$ 이 두 점 A(1, 2)와 B(4, 3)을 이은 선분 AB와 만나도록 상수 m 값을 정할 때, m 의 최댓값과 최솟값을 구하면?

- ① 최댓값 : 2, 최솟값 : $\frac{2}{3}$
- ② 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $\frac{1}{3}$
- ③ 최댓값 : $\frac{3}{2}$, 최솟값 : $\frac{2}{3}$
- ④ 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{1}{3}$
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{2}{3}$

해설

$mx - y + 2m - 1 = 0$ 에서
 $(x + 2)m - y - 1 = 0$ 이므로
이 직선은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, -1)$ 을 지난다.
따라서 그림과 같이 직선
 $mx - y + 2m - 1 = 0$ 의 기울기는
점 A를 지날 때 최대이고 점 B를 지날
때 최소가 된다.

$m \times 1 - 2 + 2m - 1 = 0, m = 1$

$m \times 4 - 3 + 2m - 1 = 0, m = \frac{2}{3}$

따라서 최댓값 : 1, 최솟값 : $\frac{2}{3}$

15. 두 직선 $x + y - 1 = 0$ 과 $mx - y + m - 2 = 0$ 이 제1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{2} < m < 2$ ② $\frac{1}{2} < m < 3$ ③ $1 < m < 2$
④ $1 < m < 3$ ⑤ $2 < m < 4$

해설

$mx - y + m - 2 = 0$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이므로 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.
또, 직선 $x + y - 1 = 0$ 의 x 절편은 1, y 절편은 1이다.
따라서 두 직선이 제1사분면에서 만나려면
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이 점 $(0, 1)$ 을 지나는
직선과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선 사이에 있어야 한다.
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 에 대하여
(i) 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, $m - 1 - 2 = 0$
 $\therefore m = 3$
(ii) 점 $(1, 0)$ 을 지날 때, $2m - 2 = 0$
 $\therefore m = 1$
(i), (ii)에 의하여 $1 < m < 3$