

1. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

2. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$
$$(11x - 2)(\text{㉔}) = 0$$
$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

- ① $x - 2$
- ② $x - 1$
- ③ $x + 1$
- ④ $x + 2$
- ⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉔는 $x - 1$

3. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2+2(a-b-m)x-a+m+1=0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?
- ① $a = -1, b = 0$ ② $a = -1, b = -1$
③ $a = 0, b = 1$ ④ $a = 1, b = 1$
⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,
 $m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면
 $D = 0$ 이어야 하므로
$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$
$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$
이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이
항상 성립해야 하므로
 m 에 대하여 정리하면
$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$
$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = 1, b = 1$

4. $A = \{x|x^2 + ax + b = 0\} = \{1, \alpha\}$,
 $B = \{x|x^2 + bx + a = 0\} = \{-3, \beta\}$ 일 때,
 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $1, \alpha$
 $\therefore 1 + \alpha = -a, 1 \cdot \alpha = b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 B 에서 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이 $-3, \beta$
 $\therefore -3 + \beta = -b, -3\beta = a \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 a, b 를 소거하면
 $1 + \alpha = 3\beta, \alpha = 3 - \beta \quad \therefore \alpha = 2, \beta = 1$

(ii) $\alpha^2 = 4, \beta^2 = 1$
 $x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 4 = 0$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 4

5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

α, β 는 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$$

$x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 4\alpha + 1 = 0, \alpha^2 + 1 = 4\alpha$$

$$\beta^2 - 4\beta + 1 = 0, \beta^2 + 1 = 4\beta$$

$$\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1} = \sqrt{4\alpha} + \sqrt{4\beta}$$

$$= 2(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 6$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{6} \quad (\because \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > 0)$$

$$\therefore \sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1} = 2\sqrt{6}$$