

1. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$$6 + (-4) = 2$$

2. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉞에 알맞은 것은?

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(\text{㉞}) = 0$$

$$x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

x 에 대한 이차방정식

$$11x^2 - 13x + 2 = 0$$

$$(11x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{11} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 ㉞는 $x - 1$

3. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2 + 2(a-b-m)x - a + m + 1 = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?

① $a = -1, b = 0$

② $a = -1, b = -1$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,

$m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면

$D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이

항상 성립해야 하므로

m 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$

$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1$$

4. $A = \{x|x^2 + ax + b = 0\} = \{1, \alpha\}$,
 $B = \{x|x^2 + bx + a = 0\} = \{-3, \beta\}$ 일 때,
 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

(i) A 에서 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $1, \alpha$

$$\therefore 1 + \alpha = -a, 1 \cdot \alpha = b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

B 에서 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근이 $-3, \beta$

$$\therefore -3 + \beta = -b, -3\beta = a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 a, b 를 소거하면

$$1 + \alpha = 3\beta, \alpha = 3 - \beta \quad \therefore \alpha = 2, \beta = 1$$

(ii) $\alpha^2 = 4, \beta^2 = 1$

$$x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$$

$$\therefore x^2 - 5x + 4 = 0$$

$\therefore$ 두 근의 곱은 4

5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

α, β 는 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$$

$x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 4\alpha + 1 = 0, \alpha^2 + 1 = 4\alpha$$

$$\beta^2 - 4\beta + 1 = 0, \beta^2 + 1 = 4\beta$$

$$\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1} = \sqrt{4\alpha} + \sqrt{4\beta}$$

$$= 2(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 6$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{6} \quad (\because \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > 0)$$

$$\therefore \sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1} = 2\sqrt{6}$$