

1. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$
㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

2. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

3. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

4. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-2)(x-1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$$

$$\therefore f(3) + g(3) = 3 + 18 = 21$$

5. 두 점 A(1, 2), B(7, 5)를 잇는 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점을 P(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{1 \times 7 + 2 \times 1}{3} = \frac{9}{3} = 3,$$

$$y = \frac{1 \times 5 + 2 \times 2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$\overline{AB}$ 를 1:2으로 외분하는 점 Q(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{7-2}{-1} = -5,$$

$$y = \frac{5-4}{-1} = -1$$

∴ P(3, 3), Q(-5, -1)

$$\overline{PQ} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

6. 다음 두 이차방정식 $x^2 - y^2 = 0$ 과 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 의 해의 개수는?
- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개
④ 4개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서 $(x + y)(x - y) = 0$
 $\therefore x + y = 0$ 또는 $x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 - y^2 = 0$
 $(x + y - 1)(x - y - 1) = 0$
 $\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$
따라서, 다음 그림과 같이 $x^2 - y^2 = 0$ 는
두 직선 $x + y = 0, x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 는 두 직선 $x + y - 1 = 0, x - y - 1 = 0$
위의 점이므로 다음 그림에서
교점의 개수는 2개

7. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서
 $(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$
원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최댓값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

8. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타내도록 k 값의 범위를 정하면?

① $k < -2$

② $k < -1$

③ $k > -2$

④ $k < 2$

⑤ $k > 1$

해설

방정식을 정리하면, $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2 - k$

원이 되려면 $2 - k > 0$ 을 만족해야 한다.

$\therefore k < 2$

9. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면
 y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.
 $\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$
 $\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}$ 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$
 $b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C}$ 에서 $b^2 - 6b - 7 = 0$, $(b+1)(b-7) = 0$
 $\therefore b = -1, 7$
이때, $\textcircled{B}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$
 $\therefore r = 2$ 또는 10
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

10. 두 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 의 공통접선의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에서 이 원의 중심을 C_1 이라

하면 점 C_1 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고

반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 에서

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 이므로

이 원의 중심을 C_2 이라 하면

점 C_2 의 좌표는 $(3, 3)$ 이고

반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1 C_2} = 5$ 이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로

두 원은 서로 외접하게 된다.

따라서 공통접선은 3 개이다.

11. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= \vdots$
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$
 $= 2^{32} - 1$

12. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, \quad y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

13. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

14. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

15. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \\ 5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000 \end{aligned}$$

16. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 4), B(3, 2) 를 이은 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식은?

① $y = -2x - 5$

② $y = -2x + 5$

③ $y = 2(x - 5)$

④ $y = 2x + 1$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

선분 AB 의 기울기 : $\frac{2-4}{3-(-1)} = -\frac{1}{2}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, 선분 AB 의 수직이등분선은 두 점 A, B 의 중점을 지난다.

중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (1, 3)$ 이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 3 = 2(x - 1)$

$\therefore y = 2x + 1$

17. 서로 평행한 두 직선 $3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{10}$

해설

서로 평행한 두 직선

$3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는

직선 $3x - y + 5 = 0$ 위의 점 $(0, 5)$ 와

직선 $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

구하는 거리는

$$\frac{|0 - 5 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

18. 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

- ① $y - 2x = -5$ ② $y - 2x = -\sqrt{5}$ ③ $y + 2x = 5$
④ $y + 2x = \sqrt{5}$ ⑤ $y + 2x = -\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$$-\frac{1}{2}m' = -1 \text{ 에서 } m' = 2$$

따라서, 구하는 직선의 식은

$$y = 2x + n, \quad 2x - y + n = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d = \frac{|n|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5},$$

$$|n| = 5, \quad n = \pm 5$$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 5$

19. 중심이 (3, 4) 이고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 두 원의 반지름의 길이의 합은?

① 5

② $5\sqrt{2}$

③ $5\sqrt{3}$

④ 10

⑤ $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

해설

중심이 (3, 4) 인 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
두 원의 중심 사이의 거리 d 는 $d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

i) 두 원이 외접할 때, $r + 1 = 5$

$\therefore r = 4$

ii) 두 원이 내접할 때, $|r - 1| = 5$

$\therefore r = 6$ ($\because r > 0$)

따라서 두 원의 반지름의 길이의 합은 $4 + 6 = 10$

20. $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = ax + 1$ 과의 교점을 A,B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이가 1 이 되는 양수 a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

원점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 C라 하면 다음의 그림에서

$$\overline{AB} = 1, \overline{AC} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \overline{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

($\because$ 피타고라스의 정리) 즉, O에서 직선 $y = ax + 1$ 에 이르는 거리 d 가

$$d = \frac{1}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore 3a^2 + 3 = 4, a^2 = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

