

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$

$x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$

$x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$

3차항은 없으므로 $d = 0$

$\therefore a + b + c + d = 1$

3. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

4. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

5. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 $A(2, 3)$, $B(3, 2)$ 에 이르는 거리가 같은 점 P 의 좌표는?

① $(0, 2)$

② $(1, 1)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, -1)$

⑤ $(4, -2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(a, 2 - a)$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{PA} &= \sqrt{(a - 2)^2 + (2 - a - 3)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{PB} &= \sqrt{(a - 3)^2 + (2 - a - 2)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}\end{aligned}$$

그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

6. 세 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 2)$, $C(2, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게 중심의 좌표는?

① $(0, 4)$

② $(2, 3)$

③ $(2, 4)$

④ $(1, 3)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\left(\frac{-3 + 4 + 2}{3}, \frac{2 + 2 + 8}{3} \right) = (1, 4)$$

7. 점 $(2, -1)$ 을 지나고, 기울기가 -3 인 직선의 방정식이 $ax+by-5=0$ 일 때 $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

점 (x_1, y_1) 을 지나고 기울기가 m 인
직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 이므로
구하는 직선의 방정식은 $y - (-1) = -3(x - 2)$

즉 $y = -3x + 5 \cdots \textcircled{7}$

$\textcircled{7}$ 을 직선의 방정식의 일반형으로 고치면

$$3x + y - 5 = 0$$

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

8. 점 (1, 2) 를 중심으로 하고 점(3, -2) 를 지나는 원의 방정식은?

① $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

② $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 32$

③ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$

④ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 12$

⑤ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

해설

원의 반지름을 r 이라 하면

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ 이 (3, -2) 를 지나므로

$$(3 - 1)^2 + (-2 - 2)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 20$$

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$$

9. 두 원 O_1, O_2 의 중심거리가 $d = 7$ 이고, 그 각각 반지름의 길이 r_1, r_2 가 2, 5일 때, 두 원은 어떤 위치관계에 있는가?

① 외접한다.

② 내접한다.

③ 두 점에서 만난다.

④ 만나지 않는다.

⑤ 네 점에서 만난다.

해설

$d = r_1 + r_2$ 이므로 두 원은 외접한다.

10. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서

$x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로

두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$$

$$4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$$

11. 다음은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, k 의 값의 범위를 구하는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = 2x + k \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하여 식을 정리하면

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡이 서로 만나지 않으려면

$$D = (4k)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (k^2 - 1)$$

(가) 0

$k^2(나) 5 \quad \therefore (다)$

- ① (가):> , (나):< , (다): $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$
 ② (가):= , (나):= , (다): $k = \pm \sqrt{5}$
 ③ (가):> , (나):< , (다): $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$
 ④ (가):> , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$
 ⑤ (가):< , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

해설

(가): 원과 직선이 만나지 않으면 판별식이 0보다 작다.

(나): 판별식을 정리하면, $k^2 > 5$

(다): $k^2 - 5 > 0 \Rightarrow k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

12. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 $(-5, 0)$ 에서 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $x = -1$

② $x = -2$

③ $x = -3$

④ $x = -4$

⑤ $x = -5$

해설

구하는 접선의 방정식은 $-5 \cdot x + 0 \cdot y = 25$

$$-5x = 25$$

$$\therefore x = -5$$