

1. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

2. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

3. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, $xf(x)-3$ 을 $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$

② $xQ(x), -R+3$

③ $xQ(x), -R-6$

④ $xQ(x)+R, -R-3$

⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)+R\} - R - 3$$

5. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$
 $\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$
 $\therefore a = 3$

6. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

7. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

9. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① $ax + by = 0$ ② $a + b = x + y$ ③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
④ $x = y$ ⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

10. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

- ① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$
- ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
- ③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$
- ④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$
- ⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) \\ &= (x^2-x-6)(x^2-x-2) \\ &x^2-x=Y \text{라 놓자.} \\ &(Y-6)(Y-2)=Y^2-8Y+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12 \\ &\qquad\qquad\qquad= x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \end{aligned}$$

11. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = (a^2 + 1)^2 - a^2$
 $= a^4 + a^2 + 1$

12. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

$$\begin{aligned} & \text{주어진 식에 } (2 - 1) = 1 \text{ 을 곱해도 식은 성립하므로} \\ P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$

13. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

14. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)
2쌍씩이다.
 $4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$

15. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

16. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

17. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad \therefore d = \sqrt{14}$
 $= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$
 $= 6^2 - 22 = 14$

18. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

19. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

20. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176 인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

- ① $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
 $= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
- ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하면 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \cdots \textcircled{1}$
또, 모든 모서리의 길이의 합은 176 이므로 $4(a+b+c) = 176$
 $\therefore a+b+c = 44 \cdots \textcircled{2}$
이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \cdots \textcircled{3}$
따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152 이다.