

1. 다음 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 8 = 6x + 1$

② $6x^2 - 9x + 9 = 0$

③ $(x - 2)^2 - x = 1$

④ $3x - 1 = 4x^2 - x$

⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x - 1)^2 = 0$

따라서 중근을 갖는다.

2. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

3. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

4. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

- ① $x=4$ (중근) ② $x=6$ (중근)
③ $x=8$ (중근) ④ $x=2$ 또는 $x=8$
⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

7. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq 2$ ③ $k \leq 3$ ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

8. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

9. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(x-4)(x-4) = 0$
- ㉡ $x^2 - 4x = 0$
- ㉢ $x^2 + 9 = 6x$
- ㉣ $2x^2 + 12x = -9$
- ㉤ $(x-1)(x+1) = 12x^2 - 5x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

이차방정식이 증근을 가지려면 $(ax+b)^2 = 0$ 이다.
㉠ $x = 4$ (증근)
㉢ $x^2 + 9 = 6x$
 $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$
 $\therefore x = 3$ (증근)

10. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

11. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

12. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$

$\therefore a = \pm\sqrt{7}$

13. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 3$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로

$$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$$

$\therefore m = 0$ 또는 $m = 3$

그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$

주어진 이차방정식은 $(x + 3)^2 = 0$ 이므로

$$x = -3$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

15. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

16. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

17. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

18. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $k = 1$

③ $k > 1$

④ $k < -1$

⑤ $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

19. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

20. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

- ㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

21. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

22. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 해를 1 개 가질 때 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$$

$$2m - 4 = 0$$

$$\therefore m = 2$$

23. 이차방정식 $x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 1개이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

따라서 $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0$ 이다.

$$4k^2 - k - 3 = 0$$

$$(4k + 3)(k - 1) = 0$$

$k > 0$ 이므로 $k = 1$

24. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

25. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

26. 이차방정식 $x^2 - 6x + m - 3 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - (m - 3) = 0$$

$$\therefore m = 12$$

27. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$
 $k^2 + 2k - 3 = 0$
 $(k-1)(k+3) = 0$
 $\therefore k = -3$ 또는 $k = 1$
 $-3, 1$ 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로
 $9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$
두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$

28. 이차방정식 $x^2 + 3k + 4 = 8x$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

$x^2 + 3k + 4 = 8x$ 가 중근을 가지므로

$$3k + 4 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, 3k + 4 = 16$$

$$\therefore k = 4$$

29. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$$

$$2m - 4 = 0$$

$$\therefore m = 2$$

30. 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$D = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 4) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = 0$$

$$-2m + 5 = 0$$

$$\therefore m = \frac{5}{2}$$

31. 이차방정식 $2x^2 - (a+1)x + 8 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} D &= (a+1)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0 \\ a^2 + 2a + 1 - 64 &= 0, a^2 + 2a - 63 = 0 \\ (a-7)(a+9) &= 0 \\ \therefore a &= 7 (\because a > 0) \end{aligned}$$

32. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$

- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 8

해설

$(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) = 0$

$a^2 - 8a + 12 = 0$

$a = 2, 6$

$\therefore a$ 의 값 중 작은 값은 2 이다.

33. 이차방정식 $9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 이 증근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 에서

$(6a)^2 - 4 \times 9(5a - 4) = 0$

$a^2 - 5a + 4 = 0$

$a = 1, 4$

$\therefore a$ 의 값 중 큰 것은 4 이다.

34. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 의 두 근일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$D = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = 3 \text{ 또는 } k = -1$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore ab = 6$$

35. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k+4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 \text{ (} \because a > 0 \text{)}$$