

1. 두 함수 f, g 가 일대일대응일 때, 다음 중 $g \circ (f \circ g)^{-1}$ 와 같은 것을 고르면?

① f

② f^{-1}

③ g

④ g^{-1}

⑤ $g \circ f^{-1}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)^{-1} &= g^{-1} \circ f^{-1} \text{ 이므로} \\ g \circ (f \circ g)^{-1} &= g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \\ &= (g \circ g^{-1}) \circ f^{-1} \\ &= f^{-1}\end{aligned}$$

2. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

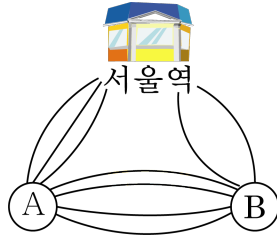
- ① $\frac{98}{99}$
- ② $\frac{100}{99}$
- ③ $\frac{99}{100}$
- ④ $\frac{101}{100}$
- ⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

3. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오. (단, A 에서 출발한다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 48가지

해설

(i) $A \rightarrow \text{서울역} \rightarrow B \rightarrow A$
 $: 3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow \text{서울역} \rightarrow A$
 $: 4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로
 $24 + 24 = 48$ (가지)

4. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

5. 다항식 $(a + b + c)(p + q + r) - (a + b)(s + t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(a + b + c)(p + q + r)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$3 \times 3 = 9$$

$(a + b)(s + t)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$2 \times 2 = 4$$

따라서 구하는 항의 개수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

6. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.
 $\Rightarrow 3! = 6$
여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.
 $\therefore 6 \times 2 = 12$

7. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

8. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e 를 사전식으로 배열하였을 때, 58 번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

a □ □ □ □의 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 b □ □ □ □의 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 ca □ □ □의 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
그 다음 55번째의 수 부터는
 $cbade, cbaed, cbdae, \dots$ 이므로
58번째 단어는 $cbdea$ 이다.

9. 색이 모두 다른 12개의 색연필 중 5개를 택할 때, 검정은 포함되지 않고 빨강, 노랑, 파랑은 포함되는 경우의 수는?

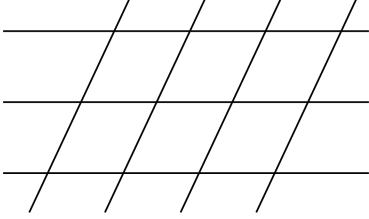
① 10 ② 15 ③ 21 ④ 28 ⑤ 36

해설

8 개의 색연필 중 2 개의 색연필을 택하는 경우와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = 28$$

10. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

11. 고교야구 심판 경력이 10 년 이상인 사람 2 명과 10 년 미만인 사람 6 명으로 이루어진 심판진이 있다. 이 8 명을 4 명씩 두 개 조로 나누어 전국 고교야구 대회 준결승전 A , B 두 경기에 배치하려고 한다. 이때, 경력이 10 년 이상인 두 사람이 같은 경기에 배정되지 않도록 심판을 배정하는 방법의 수는?
- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 80

해설

경력이 10 년 이상인 두 사람을 제외한 6 명을 세 명씩 2 개조로 나누어 두 경기 A , B 에 배치하는 방법의 수는 ${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2!$

경력이 10 년 이상인 두 사람을 두 경기 A , B 에 배치하는 방법의 수 $2!$

따라서 구하는 방법의 수는

${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! \times 2! = 40$ (가지)

12. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- $\textcircled{\tiny \neg}$ $1 \in A$

$\textcircled{\tiny \subset}$ $\{2, 4\} \subset A$

$\textcircled{\tiny \in}$ $\{4\} \in A$

$\textcircled{\tiny \ni}$ $\{4, 6\} \in A$

$\textcircled{\tiny \ni}$ $n(A) = 5$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \neg}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \in}$

▷ 정답 : $\textcircled{\tiny \ni}$

해설

- $\textcircled{\tiny \neg}$ $1 \notin A$
- $\textcircled{\tiny \in}$ $\{4\} \subset A$
- $\textcircled{\tiny \ni}$ $\{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

13. 두 유한집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.
- ② $A \neq B$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.
- ③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

- ① $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ② $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \neq B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
- ④ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이고, $A \neq B$ 이다.

14. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 10\}$ 에 대하여 $A * B = (A \cup B) - B$ 라고 할 때, $(A * B) * B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 5, 20\}$

해설

$B \subset A$ 이므로 $A * B = A - B$
 $(A * B) * B = ((A - B) \cup B) - B = A - B$
 $\therefore A - B = \{1, 5, 20\}$

15. 두 조건 $p_n, q_n (n = 1, 2)$ 에 대하여 $P_n = \{x|x \text{는 } p_n \text{을 만족한다.}\}$, $Q_n = \{x|x \text{는 } q_n \text{을 만족한다.}\}$ 이고, p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1$

해설

p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건이므로 $P_1 \supset P_2$, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건이므로 $P_1 \supset Q_1, P_2 \supset Q_2$

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1 \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_1 \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1 \cup Q_2 \neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

16. $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1, (x-1)^2 = (\sqrt{2})^2 \text{에서} \\ x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (\text{준식}) &= (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 2) + 3 \\ &= 0 \times (x^2 + 2) + 3 = 3 \end{aligned}$$

17. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 A 는 1 을 포함하는 X 의 부분집합이고 B 는 5 를 포함하는 X 의 부분집합일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수는?

① 32 ② 40 ③ 48 ④ 50 ⑤ 52

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$n(A) = 2^5 = 32, n(B) = 2^5 = 32$$

$n(A \cap B)$ 는 1, 5 를 모두 포함하는 X 의 부분집합의 개수이므로

$$n(A \cap B) = 2^4 = 16$$

$$\therefore n(A \cup B) = 2^5 + 2^5 - 2^4 = 32 + 32 - 16 = 48$$

18. x, y 가 실수일 때, 다음 중 조건 p 가 조건 q 의 필요충분 조건인 것은?

- ① $p : x + y \geq 4, q : x \geq 2$ 또는 $y \geq 2$
- ② $p : x + y$ 는 유리수, $q : x, y$ 는 모두 유리수
- ③ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$
- ④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$
- ⑤ $p : |x| > |y|, q : x > y$

해설

- ① 충분조건
- ② 필요조건
- ③ 필요조건
- ⑤ 아무 조건 아님

19. 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 있다. $p(n)$, $p(n+1)$ 중 어느 하나가 참이면 $p(n+2)$ 가 참임을 알았다. 명제 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이기 위한 필요충분조건은?
- ① $p(1)$ 이 참이다. ② $p(2)$ 가 참이다.
③ $p(1)$ 과 $p(2)$ 가 참이다. ④ $p(1)$ 과 $p(3)$ 이 참이다.
⑤ $p(2)$ 와 $p(3)$ 이 참이다.

해설

$p(n)$ 또는 $p(n+1)$ 이 참 $\Rightarrow p(n+2)$ 가 참
(i) $p(1)$ 은 참, $p(2)$ 는 거짓이라 하면,
 $p(1) : \text{참} \Rightarrow p(3) : \text{참}$
 $p(2)$ 또는 $p(3) : \text{참} \Rightarrow p(4) : \text{참}$
이와 같이 계속하여 $n \neq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$ 은 참이 된다.
(ii) $p(1)$ 은 거짓, $p(2)$ 는 참이라 하면,
 $p(1)$ 또는 $p(2) : \text{참} \Rightarrow p(3) : \text{참}$
 $p(2)$ 또는 $p(3) : \text{참} \Rightarrow p(4) : \text{참}$
이와 같이 계속하여 $n \neq 1$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$ 은 참이 된다.
(iii) $p(1)$, $p(2)$ 가 모두 참이라 하면,
 $p(3)$, $p(4)$, $\dots$ 도 계속 참이다.
따라서 (i), (ii), (iii)에서 $p(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되려면 $p(1)$, $p(2)$ 모두 참이어야 한다.

20. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때 이 두 실근의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여
 $f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족하므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이다.
따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 두 실근을
 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면 $\frac{\alpha + \beta}{2} = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 10$