1. 두 함수 f, g 가 일대일대응일 때, 다음 중 $g \circ (f \circ g)^{-1}$ 와 같은 것을 고르면?

① f　② f^{-1}　③ g

④ g^{-1}　⑤ $g \circ f^{-1}$

해설

$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ 이므로

$$\begin{aligned} g \circ (f \circ g)^{-1} &= g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \\ &= (g \circ g^{-1}) \circ f^{-1} \\ &= f^{-1} \end{aligned}$$

2. $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\dfrac{1}{4\cdot 5}+\cdots+\dfrac{1}{99\cdot 100}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{98}{99}$　② $\dfrac{100}{99}$　③ $\dfrac{99}{100}$　④ $\dfrac{101}{100}$　⑤ $\dfrac{100}{101}$

해설

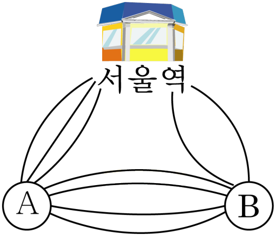
이항분리 이용

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{99\cdot 100}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$$

$$=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$$

3. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A 에서 출발한다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \to$ 서울역 $\to B \to A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

(ii) $A \to B \to$ 서울역 $\to A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

4. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$4! \times 3! = 144$

5. 다항식 $(a+b+c)(p+q+r)-(a+b)(s+t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5　　② 7　　③ 9　　④ 11　　⑤ 13

해설

$(a+b+c)(p+q+r)$ 의 전개식의 항의 개수는

$3\times3=9$

$(a+b)(s+t)$ 의 전개식의 항의 개수는

$2\times2=4$

따라서 구하는 항의 개수는 $9+4=13$ 이다.

6. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ________ 가지

▷ **정답 :** 12 가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$\Rightarrow 3! = 6$

여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.

$\therefore\ 6 \times 2 = 12$

7. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

8. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

$a\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$b\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$ca\square\square\square$의 경우의 수는

$3\times2\times1=6$(가지)

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade$, $cbaed$, $cbdae$, $\cdots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$이다.

9. 색이 모두 다른 12개의 색연필 중 5개를 택할 때, 검정은 포함되지 않고 빨강, 노랑, 파랑은 포함되는 경우의 수는?

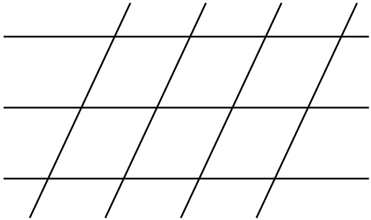
① 10　　② 15　　③ 21　　④ 28　　⑤ 36

해설

8 개의 색연필 중 2 개의 색연필을 택하는 경우와 같다.

$\therefore\ {}_{8}C_{2} = 28$

10. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

11. 고교야구 심판 경력이 10 년 이상인 사람 2 명과 10 년 미만인 사람 6 명으로 이루어진 심판진이 있다. 이 8 명을 4 명씩 두 개 조로 나누어 전국 고교야구 대회 준결승전 A, B 두 경기에 배치하려고 한다. 이때, 경력이 10 년 이상인 두 사람이 같은 경기에 배정되지 않도록 심판을 배정하는 방법의 수는?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 80

해설

경력이 10 년 이상인 두 사람을 제외한 6 명을 세 명씩 2 개조로 나누어 두 경기 A, B 에 배치하는 방법의 수는 ${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2!$

경력이 10 년 이상인 두 사람을두 경기 A, B 에 배치하는 방법의 수 $2!$

따라서 구하는 방법의 수는

${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! \times 2! = 40$ (가지)

12. 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6, \{4,\ 6\}\}$에 대하여 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $1 \in A$	㉡ $\{2,\ 4\} \subset A$	㉢ $\{4\} \in A$
㉣ $\{4,\ 6\} \in A$	㉤ $n(A)=5$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $1 \notin A$

㉢ $\{4\} \subset A$

㉤ $\{4,\ 6\}$은 집합 A의 하나의 원소이므로
$n(A)=4$이다.

13. 두 유한집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.

② $A \neq B$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.
② $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \neq B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.
③ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
④ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이고, $A \neq B$ 이다.

14. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 20의 약수$\}$, $B = \{2, 4, 10\}$ 에 대하여 $A * B = (A \cup B) - B$ 라고 할 때, $(A * B) * B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1,\ 5,\ 20\}$

해설

$B \subset A$ 이므로 $A * B = A - B$

$(A * B) * B = ((A - B) \cup B) - B = A - B$

$\therefore\ A - B = \{1, 5, 20\}$

15. 두 조건 $p_n, q_n(n=1,\ 2)$에 대하여 $P_n=\{x|x$는 p_n을 만족한다.$\}$, $Q_n=\{x|x$는 q_n을 만족한다.$\}$ 이고, p_1 은 p_2이기 위한 필요조건, q_n 은 p_n이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $P_1\cap P_2=P_2$

② $P_1\cap Q_1=Q_1$

③ $(P_1\cup Q_1)\cup P_2=P_1$

④ $(P_1\cup Q_1)\cap P_2=P_2$

⑤ $(P_1\cap Q_1)\cup Q_2=Q_1$

해설

p_1 은 P_2이기 위한 필요조건이므로 $P_1\supset P_2$, q_n 은 p_n이기 위한 충분조건이므로 $P_1\supset Q_1,\ P_2\supset Q_2$

① $P_1\cap P_2=P_2$

② $P_1\cap Q_1=Q_1$

③ $(P_1\cup Q_1)\cup P_2=P_1\cup P_2=P_1$

④ $(P_1\cup Q_1)\cap P_2=P_1\cap P_2=P_2$

⑤ $(P_1\cap Q_1)\cup Q_2=Q_1\cup Q_2\neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

16. $x = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 7

해설

$x = \sqrt{2} + 1,\ (x - 1)^2 = (\sqrt{2})^2$ 에서

$x^2 - 2x - 1 = 0$

$(\text{준식}) = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 2) + 3$

$= 0 \times (x^2 + 2) + 3 = 3$

17. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 A는 1 을 포함하는 X 의부분집합이고 B는 5 를 포함하는 X의 부분집합일 때, $A \cup B$의 원소의 개수는?

① 32 ② 40 ③ 48 ④ 50 ⑤ 52

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
$n(A) = 2^5 = 32$, $n(B) = 2^5 = 32$
$n(A \cap B)$ 는 $1, 5$ 를 모두 포함하는 X의 부분집합의 개수이므로
$n(A \cap B) = 2^4 = 16$
$\therefore\ n(A \cup B) = 2^5 + 2^5 - 2^4 = 32 + 32 - 16 = 48$

18. x, y가 실수일 때, 다음 중 조건 p가 조건 q의 필요충분 조건인 것은?

① $p : x+y \geq 4$, $q : x \geq 2$ 또는 $y \geq 2$

② $p : x+y$는 유리수, $q : x$, y는 모두 유리수

③ $p : xy > x+y > 4$, $q : x > 2$이고 $y > 2$

④ $p : xy+1 > x+y > 2$, $q : x > 1$이고 $y > 1$

⑤ $p : |x| > |y|$, $q : x > y$

해설

① 충분조건
② 필요조건
③ 필요조건
⑤ 아무 조건 아님

19. 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 있다. $p(n)$, $p(n+1)$중 어느 하나가 참이면 $p(n+2)$가 참임을 알았다. 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 참이기 위한 필요충분조건은?

① $p(1)$이 참이다.
② $p(2)$가 참이다.
③ $p(1)$과 $p(2)$가 참이다.
④ $p(1)$과 $p(3)$이 참이다.
⑤ $p(2)$와 $p(3)$이 참이다.

해설

$p(n)$또는 $p(n+1)$이 참 $\Rightarrow$ $p(n+2)$가 참
(i) $p(1)$은 참, $p(2)$는 거짓이라 하면,
$p(1)$: 참 $\Rightarrow$ $p(3)$: 참
$p(2)$또는 $p(3)$: 참 $\Rightarrow$ $p(4)$: 참
이와 같이 계속하여 $n \neq 2$인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$은 참이 된다.
(ii) $p(1)$은 거짓, $p(2)$는 참이라 하면,
$p(1)$또는 $p(2)$: 참 $\Rightarrow$ $p(3)$: 참
$p(2)$또는 $p(3)$: 참 $\Rightarrow$ $p(4)$: 참
이와 같이 계속하여 $n \neq 1$인 모든 자연수 n 에 대하여 $p(n)$은 참이 된다.
(iii) $p(1)$, $p(2)$가 모두 참이라 하면,
$p(3)$, $p(4)$, $\cdots$ 도 계속 참이다.
따라서 (i), (ii), (iii)에서 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대 하여 참이 되려면 $p(1)$, $p(2)$ 모두 참이어야 한다.

20. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족한다. 이차방정식$f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때 이 두 실근의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여
$f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족하므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=5$ 에 대하여 대칭이다.
따라서 방정식 $f(x)=0$ 의 두 실근을
$\alpha,\ \beta(\alpha<\beta)$ 라 하면 $\dfrac{\alpha+\beta}{2}=5$
$\therefore\ \alpha+\beta=10$