

1. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

2. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?

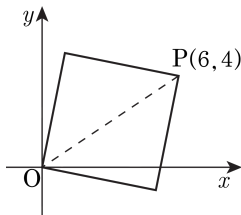
① 16

② 20

③ 26

④ 32

⑤ 52



해설

$$\overline{OP} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} \text{ 이므로}$$

주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52} \text{ 에서 } a^2 = 26 \text{ 이다.}$$

따라서 정사각형의 넓이는 26이다

3. 두 점 $A(1, -3)$, $B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 $P(a, b)$ 와 2: 3으로 외분하는 점 $Q(c, d)$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

① $-\frac{134}{5}$

② $-\frac{116}{5}$

③ $\frac{134}{5}$

④ $\frac{116}{5}$

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right) \\ &= \left(\frac{9}{5}, 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(c, d) &= \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right) \\ &= (-3, -23) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23 = -\frac{116}{5}$$

4. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ 3

④ $2\sqrt{3}$

⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인

원의 방정식은 $\therefore (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$

이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $(0 - a)^2 + (-3 - 1)^2 = 25$

$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

5. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

6. $(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하면($\alpha > \beta$) ?

① $\frac{7}{6}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$$

$$(-x^2 - 3ax + 5) + (x^2 - 3x + 2)i = 0$$

$$-x^2 - 3ax + 5 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉡을 인수분해하면,

$$(x-1)(x-2) = 0, \therefore x = 1, 2$$

㉠에 대입하면,

$$x = 1 \text{ 일 때, } -1 - 3a + 5 = 0, \therefore a = \frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } -4 - 6a + 5 = 0, \therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \alpha = \frac{4}{3}, \beta = \frac{1}{6} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \alpha - \beta = \frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

7. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



① $\frac{25}{4}$

② $\frac{25}{2}$

③ 25

④ 50

⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$y = x(10 - x)$$

$$= -(x^2 - 10x)$$

$$= -(x^2 - 10x + 25 - 25)$$

$$= -(x - 5)^2 + 25$$

$$\therefore (\text{최대 넓이}) = 25$$

8. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$ 의 모든 근의 합은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases}$ 의 해가 자연수일때, 해의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 2$$

따라서 자연수인 해는 1, 2로 모두 2개이다.

10. 부등식 $|x^2 - 4x - 6| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-2 \leq x < 6$

② $0 \leq x \leq 4$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 6$

④ $-2 \leq x \leq 0$ 또는 $4 \leq x \leq 6$

⑤ $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

해설

$$|x^2 - 4x - 6| \leq 6 \text{에서}$$

$$\frac{-6 < x^2 - 4x - 6 \leq 6}{\textcircled{\Gamma} \quad \textcircled{\Delta}}$$

$$\textcircled{\Gamma} \text{에서 } x^2 - 4x \geq 0, x(x-4) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\textcircled{\Delta} \text{에서 } x^2 - 4x - 12 \leq 0, (x+2)(x-6) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-2 \leq x \leq 0 \text{ 또는 } 4 \leq x \leq 6$$

11. 직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 y 절편이 -3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $-y = -2x + k$, 즉 $y = 2x - k$
이 때, 이 직선의 y 절편이 -3 이 되어야 하므로

$$-k = -3$$

$$\therefore k = 3$$

12. 2가 아닌 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2}$ 의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = k \text{라 하면}$$

$$ax^2 + 4x + b = k(x - 2)$$

$$ax^2 + (4 - k)x + b + 2k = 0$$

x 에 대한 항등식이므로

$$a = 0$$

$$4 - k = 0 \text{에서 } k = 4$$

$$b + 2k = 0 \text{에서 } b = -8$$

$$\therefore a - b = 8$$

해설

주어진 식이 모든 x 에 대해 일정한 값을 가지려면

분자인 $ax^2 + 4x + b$ 가 분모인 ' $x - 2$ ' 만을 인수로 가져야 한다.

즉, 분자가 $k(x - 2)$ 가 되어야 한다.

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = \frac{4(x - 2)}{x - 2} = 4$$

$$\therefore a = 0, b = -8 \text{에서 } a - b = 8$$

13. 방정식 $x^2 + x + 2 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $f(x) = ax^2 + bx + 12$ ($a \neq 0$)에 대하여 $f(\omega) = 3\omega$ 를 만족한다. 이 때, 실수 a, b 의 합은?

① 12

② -12

③ 15

④ -15

⑤ 18

해설

$x^2 + x + 2 = 0$ 의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^2 + \omega + 2 = 0 \quad \therefore \omega^2 = -\omega - 2$$

$$\begin{aligned} f(\omega) &= a\omega^2 + b\omega + 12 = a(-\omega - 2) + b\omega + 12 \\ &= (b - a)\omega + (12 - 2a) \end{aligned}$$

$f(\omega) = 3\omega$ 이므로

$$(b - a)\omega + (12 - 2a) = 3\omega$$

$$b - a = 3, \quad 12 - 2a = 0 \quad (\because \omega \text{는 허수})$$

$$\therefore a = 6, \quad b = 9$$

14. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - a < 11 \\ x - b < 3(x - 3) \end{cases}$ 의 해가 $1 < x < 3$ 이다. $-ax + b \geq 0$

을 만족하는 정수 중 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$5x < a + 11, x < \frac{a + 11}{5}$$

$$x - b < 3x - 9, 9 - b < 2x, \frac{9 - b}{2} < x$$

$$\frac{a + 11}{5} = 3 \quad \therefore a = 4$$

$$\frac{9 - b}{2} = 1 \quad \therefore b = 7$$

$a = 4, b = 7$ 을 $-ax + b \geq 0$ 에 대입하여 정리하면
 $-4x + 7 \geq 0$

$x \leq \frac{7}{4}$ 이므로 만족하는 정수 중 최댓값은 1 이다.

16. 두 점 A(1, 0), B(4, 0) 에서의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 의 자취는 원이다. 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π

② $2\sqrt{3}\pi$

③ 4π

④ $2\sqrt{5}\pi$

⑤ 8π

해설

점 P 의 자취는 점 A, B 의 내분점, 외분점을 지름의 양끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, 0 \right) = (3, 0)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, 0 \right) = (7, 0)$$

$\therefore$ 중심은 (5, 0) 이고, 반지름은 2 인 원

$$\Rightarrow \text{둘레의 길이는 } 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

17. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 4$ 로 나눈 나머지는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3 \text{ 에서 } f(x) = x$$

즉, $f(x) - x$ 는 $x - 1, x - 2, x - 3$ 을 인수로 한다.

$$f(x) - x = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + x, f(4) = 10$$

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{ 라 하면}$$

$$(i) f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$$

$$(ii) f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$$

$$(iii) f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -6, b = 12, c = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$$

$$\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$$

18. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a + b + p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

19. 9 시에 문을 여는 극장에 8 시 30 분부터 1 분에 10 명씩 사람들이 몰려와 줄을 서기 시작하고, 이후에도 계속 시간당 같은 인원이 꾸준히 극장에 온다. 9 시부터 3 개의 표 발매 창구에서 표를 팔면 9 시 15 분에 줄 서 있는 사람이 없어질 것으로 예상된다. 이때, 줄 서 있는 사람이 없어지는 시간을 7 분 앞당기려면 발매 창구를 최소 몇 개 더 열어야 하는지 구하여라. (단, 창구 하나당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

9 시에 발매를 시작하기 전에 이미 줄 서 있는 사람 수가 $30 \times 10 = 300$ (명) 이고

1 분 동안 발매하는 표가 x 장이라고 하면

3 개의 발매 창구에서 표를 팔면 15 분 동안 모두 판매하므로

$$3 \times 15x = 300 + 15 \times 10 \quad 45x = 450 \quad \therefore x = 10,$$

한편 모두 판매하는 시간을 7 분 앞당기면 8 분 동안 모두 판매해야 하므로

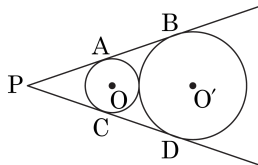
발매 창구의 개수를 a 개라 하면

$$a \times 10 \times 8 \geq 300 + 10 \times 8, 80a \geq 380$$

$$\therefore a \geq \frac{19}{4}$$

따라서 발매창구가 적어도 5 개 있어야 하므로 최소 2 개의 발매 창구를 더 열어야 한다.

20. 다음 그림과 같이 외접하는 두 원 O, O'의 공통외접선의 교점을 P, 접점을 A, B, C, D라고 하자. $\overline{PA} = \overline{AB} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하면?



① $\pi \text{ cm}^2$

② $2\pi \text{ cm}^2$

③ $3\pi \text{ cm}^2$

④ $4\pi \text{ cm}^2$

⑤ $5\pi \text{ cm}^2$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle PO'B$ 는 닮음이고 닮음비는 1 : 2이다.

$\therefore \overline{OA} = r$ 이라 하면, $\overline{O'B} = 2r$

다음 그림에서 $4^2 + r^2 = 9r^2$

$$\Rightarrow r = \sqrt{2}$$

$\therefore$ 원 O의 넓이는 $\pi \times (\sqrt{2})^2 = 2\pi$

