

1. x 의 범위가 $-2, -1, 0, 1$ 일 때, 부등식 $2x \leq 5x - 3$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2x \leq 5x - 3, -3x \leq -3$$

$$\therefore x \geq 1$$

따라서 이 부등식을 만족하는 해는 1이다.

2. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$$

$$45 < 3x < 55$$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$$

$$\therefore x = 16, 17, 18$$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15, 17, 19 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $-3 \leq x \leq 2$

② $-2 \leq x \leq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $0 \leq x \leq 2$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$x^2 + x - 6 \leq 0 \text{에서}$$

$$(x + 3)(x - 2) \leq 0$$

$$-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$$

$$|x - 1| \leq 3 \text{에서}$$

$$-3 \leq x - 1 \leq 3$$

$$-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$$

$$(가), (나) \text{에서 } -2 \leq x \leq 2$$

4. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $x+y+3=0$

② $x-y+3=0$

③ $x+y-3=0$

④ $x-y-3=0$

⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의
교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$$

$$\therefore (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0 \cdots \textcircled{7}$$

이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로

$$(-1) \times \frac{2k+5}{k-2} = -1$$

$$\therefore k = -7 \cdots \textcircled{8}$$

⑧을 ⑦에 대입하면 구하는

직선의 방정식은 $x-y+3=0$

(보충)

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$ 의
교점을 지나는 직선은

$$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$$

5. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최대값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서

$$(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$\begin{aligned} f(k) &= \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}} \end{aligned}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

6. 세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$

② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

으로 놓으면 이 원이

세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을

지나므로 차례로 대입하면

$$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$9 - 3B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = -2, C = -15$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

7. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} & \begin{cases} 2x + 3 \geq x + 8 \\ 3x + 1 \leq x + 7 \end{cases} \\ \textcircled{㉡} & \begin{cases} -2(x + 3) \geq -3x + 1 \\ x + 1 < 2x - 5 \end{cases} \\ \textcircled{㉢} & \begin{cases} 3(2x + 9) \geq 5(x + 5) + 4 \\ x + 3 \geq 3(x - \frac{1}{3}) \end{cases} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$$\textcircled{㉠} \begin{cases} 2x + 3 \geq x + 8 \\ 3x + 1 \leq x + 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow \text{해가 없다.}$$

$$\textcircled{㉡} \begin{cases} -2(x + 3) \geq -3x + 1 \\ x + 1 < 2x - 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -2x - 6 \geq -3x + 1 \\ x + 1 < 2x - 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x > 6 \end{cases} \rightarrow x \geq 7$$

$$\textcircled{㉢} \begin{cases} 3(2x + 9) \geq 5(x + 5) + 4 \\ x + 3 \geq 3(x - \frac{1}{3}) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 6x + 27 \geq 5x + 25 + 4 \\ x + 3 \geq 3x - 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow x = 2$$

따라서 해가 없는 연립부등식은 ㉠이다.

8. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 D, 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 E, 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점을 F, 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점을 G라 하자. 점 D, E, F, G를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.



9. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(-3, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(5, -2)$, $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점 $M(c, d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로 $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

10. 직선 $l: 4x - y + 4 = 0$ 에 수직이고 점 $(3, -2)$ 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(-1, 0)$

② $(-3, 0)$

③ $(-5, 0)$

④ $(-7, 0)$

⑤ $(-9, 0)$

해설

직선 $l: 4x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 4x + 4$ 의 기울기가 4이므로,
이 직선에 수직인 직선은 기울기가 $-\frac{1}{4}$ 이므로

구하고자 하는 직선은 $y = -\frac{1}{4}(x - 3) - 2$ 이다.

정리하면 $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$ 이다.

이 직선이 x 축과 만나는 점은 $y = 0$ 일 때 이므로

$$0 = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \text{ 에서 } x = -5$$

$\therefore x$ 축과의 교점은 $(-5, 0)$

11. 두 점 $A(-3, -2), B(9, 4)$ 에 대하여 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$ 를 만족하는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 10$

② $(x+6)^2 + (y+9)^2 = 20$

③ $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 40$

④ $(x+5)^2 + (y+5)^2 = 60$

⑤ $(x+7)^2 + (y+4)^2 = 80$

해설

조건을 만족하는 점 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+3)^2 + (y+2)^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x-9)^2 + (y-4)^2}$$

이때, $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$ 에서 $2\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$2\sqrt{(x+3)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-9)^2 + (y-4)^2}$$

양변을 제곱하면

$$4\{(x+3)^2 + (y+2)^2\} = (x-9)^2 + (y-4)^2$$

전개하여 정리하면

$$x^2 + y^2 + 14x + 8y - 15 = 0$$

따라서, 구하는 자취의 방정식은

$$(x+7)^2 + (y+4)^2 = 80$$

12. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 직선 $x + ay + b = 0$ 이 직선 $x - 2y + 10 = 0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여
직선 $x + ay + b = 0$ 은

$(x - 2) + a(y + 3) + b = 0$ 으로 옮겨진다.

이 식을 정리하면 $x + ay + 3a + b - 2 = 0$ 이다.

이 식은 $x - 2y + 10 = 0$ 과 같은 식이므로

계수를 비교하면 $a = -2, 3a + b - 2 = 10$

$\therefore a = -2, b = 18 \quad \therefore a + b = 16$

13. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x+1)^2 + (y-8)^2 = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦은 원 $(x+1)^2 + (y-8)^2 = 1$ 과

직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이므로
두 원의 중심 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의
중점이 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{4+8}{2} \right), \text{ 즉 } (2, 6) \text{ 이므로}$$

$$3 \cdot 2 + a \cdot 6 + 6 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

14. 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 관하여 점 $P(5, 3)$ 과 대칭인 점을 $Q(a, b)$ 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 7$

해설

$x - y + 2 = 0$ 에 관하여 점 $P(5, 3)$ 과 대칭인 점을 $Q(a, b)$ 라면

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$ 이

직선 위에 있으므로 대입하면

$$\frac{a+5}{2} - \frac{b+3}{2} + 2 = 0$$

$$\rightarrow a - b + 6 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

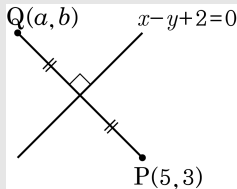
$(\overline{PQ} \text{의 기울기}) \times 1 = -1$ 이므로

$(\because \overline{PQ} \text{와 직선이 수직})$

$$\frac{b-3}{a-5} \times 1 = -1 \rightarrow a + b - 8 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $a = 1, b = 7$

$$\therefore ab = 7$$



15. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하고, 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 모든 해가 $\sqrt{2} \leq x < 3$ 의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡ $ac > 0$

㉢ $4a + c < 2b$

① ㉠

② ㉡

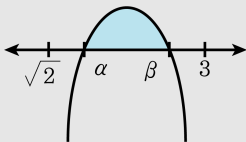
③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이 $a < 0$, $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$ 을 만족하여야 한다.



㉠ $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$ 에서 $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡ $\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$ 이므로 $ac > 0$ 이다.

㉢ $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$ 에서 $4a + c < 2b$

16. 두 부등식 $x^2 - 2x - 3 > 0$,

$x^2 + ax + b \leq 0$ 에 대하여

두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -7

③ -8

④ -9

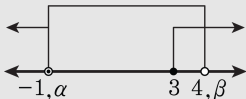
⑤ -10

해설

$$(x+1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$$x^2 + ax + b \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \text{ 라 하자}$$

주어진 조건을 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 4$$

$$(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$$

$$a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이
-3과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$$(a-2)(a+2) > 0$$

$$\therefore a < -2, a > 2$$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$$

$$\therefore a > -\frac{13}{6}$$

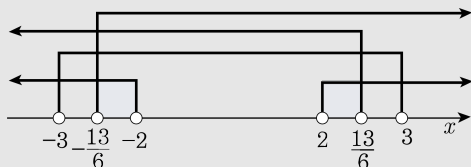
(iii) $f(3) > 0$ 에서

$$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$$-3 < a < 3$$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

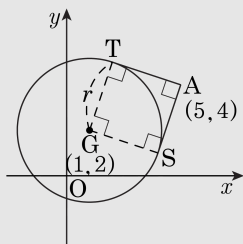
18. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 A(5,4)가 있다. 점 A에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 원의 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{12}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

해설

좌표평면 그림으로 나타내면 점 A에서 그은 접선이 서로 수직이므로 원의 중심 G, 접점 S와 T, 점 A로 이루어지는 □GSAT는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이다.

$$\therefore r = \frac{\overline{GA}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{10}$$



해설

중심을 C라 하고 두 접점을 각각 T, T' 이라고 하면 점 C의 좌표는 (1, 2)이므로

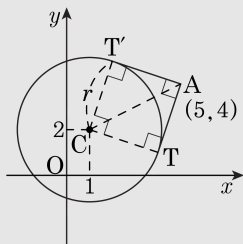
$$\overline{CA} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

점 A에서 원에 두 접선을 그었으므로 $\overline{AT} = \overline{AT'}$

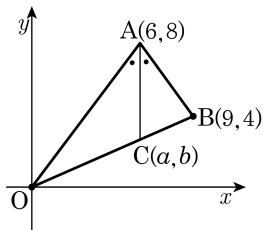
사각형 T'CTA는 네 각의 크기가 같고 네 변의 길이가 같은 정사각형이므로 $\angle CAT = 45^\circ$

직각삼각형 CAT에서 $\overline{CT} = r$ 이므로

$$r = \overline{CA} \sin 45^\circ = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$



19. 다음 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A(6, 8)$, $B(9, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle AOB$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 OB 와 만나는 점을 $C(a, b)$ 라 할 때, ab 의 값은?



- ① 12 ② 14 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\angle OAC = \angle BAC$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AB} = \overline{OC} : \overline{CB}$ 가 성립한다.

이때, $\overline{AO} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{AB} = \sqrt{(9-6)^2 + (4-8)^2} = 5$ 이므로

점 C 는 $\overline{OB}$ 를 $10 : 5$,

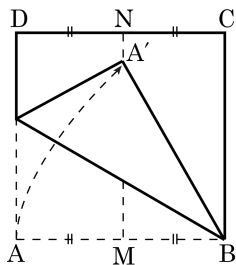
즉 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다.

따라서 점 C 의 좌표는

$$C\left(\frac{2 \times 9 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 0}{2 + 1}\right)$$

$$\therefore C\left(6, \frac{8}{3}\right) \quad \therefore ab = 6 \cdot \frac{8}{3} = 16$$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 모양의 종이를 꼭지점 A 가 선분 MN 위에 놓이도록 접었을 때, 점 A 가 선분 MN 과 만나는 점을 A' 이라 하자. 이 때, 점 A 와 직선 A'B 사이의 거리는? (단, M 은 선분 AB 의 중점, N 은 선분 CD 의 중점이다.)



- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

해설

정사각형 ABCD 를 좌표평면 위에 놓자.
 점 M 을 원점으로 하고 직선 AB 를 x 축
 위에 잡으면

$\overline{AM} = \overline{MB} = 1$ 이므로

$A(-1, 0), B(1, 0)$

$\overline{A'B} = \overline{AB} = 2$, $A'(0, \sqrt{3})$ 이다.

직선 A'B 의 방정식은 $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$
 이므로,

점 A 에서 직선 A'B 사이의 거리는

$$\frac{|-\sqrt{3} - \sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$$

