

1. 다음 식의 계산 중 옳은 것은?

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 15$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 8$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = -17$

④ $\sqrt{0.04} \div \sqrt{0.1^2} = 0.2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 5$

해설

① $\sqrt{36} + (-\sqrt{12})^2 = 6 + 12 = 18$

② $\sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} = 5 - 3 = 2$

③ $\sqrt{(-10)^2} - \sqrt{49} = 10 - 7 = 3$

④ $0.2 \div 0.1 = 2$

⑤ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

2. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$ 의 값은?

① $2 + 4\sqrt{2}$

② $3 + 4\sqrt{2}$

③ $4 + 4\sqrt{2}$

④ $5 + 4\sqrt{2}$

⑤ $6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4 \\ &= (x - y)^2 + 4(x - y) + 4 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

3. 두 이차방정식 $(x-1)(x-2)=0$, $x^2+14=9x$ 의 공통인 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(x-1)(x-2)=0$ 의 해는 1, 2

$x^2+14=9x$

$x^2+14-9x=0$, $(x-7)(x-2)=0$

해는 2, 7 따라서 공통인 해는 2

4. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 66 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 66 \text{에서}$$

$$n^2 + n - 132 = 0$$

$$(n - 11)(n + 12) = 0$$

$$n = 11 \text{ 또는 } n = -12$$

n 은 자연수이므로 $n = 11$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2 + 4$
④ $y = -2 - x^2$ ⑤ $y = x(10 - x)$

해설

이차항의 계수가 가장 큰 것은 $y = 3x^2 + 4$ 이므로 폭이 가장 좁다.

6. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$f(1) = 1 - 1 - 2 = -2$$

$$f(f(1)) = f(-2) = 4$$

$$f(f(f(1))) = f(4) = 16 - 4 - 2 = 10$$

7. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}}-\frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}-\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{7}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{7}-\sqrt{3}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{3-4}-\frac{\sqrt{4}+\sqrt{5}}{4-5}+\frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{5-6}-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{6-7}\\&= -\sqrt{3}-\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{6}+\sqrt{7}=-\sqrt{3}+\sqrt{7}\end{aligned}$$

8. 두 식 $(x-3)^2-2(x-3)-35$ 와 $2x^2+x-6$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x+3$

② $x+2$

③ $3x-13$

④ $2x-3$

⑤ $x-10$

해설

$x-3=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}t^2-2t-35 &= (t+5)(t-7) \\&= (x-3-7)(x-3+5) \\&= (x-10)(x+2)\end{aligned}$$

한편, $2x^2+x-6 = (2x-3)(x+2)$

따라서 공통인 인수는 $x+2$

9. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$$\begin{aligned} 2a - 3b + 1 &= X, \quad 2a + 3b - 1 = Y \text{로 치환하면} \\ (2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 \\ &= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y) \\ &= 4a(-6b + 2) \\ &= 8a(-3b + 1) \\ \therefore A + B - C &= 0 + (-3) - 1 = -4 \end{aligned}$$

10. $\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1} = \frac{13(28 - 4)}{(5 + 1)(5 - 1)} = 13$$

11. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = -5$$

$$\therefore a + b = 2 + (-5) = -3$$

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 두 개 고르면?
- ① y 절편은 10 이다.
 - ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 - ③ x 축과 만나는 점의 좌표가 (1, 0), (5, 0) 이다.
 - ④ 축의 방정식은 $y = 3$ 이다.
 - ⑤ 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\ &= 2(x - 3)^2 - 8 \end{aligned}$$

- ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
- ⑤ 아래로 볼록한 그래프이다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x - a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

15. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

16. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5 ② 9 ③ 15 ④ 26 ⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

17. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

18. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

19. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.

따라서 $10a+b = 490+29 = 519$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$
 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은
 $(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$
두 근의 곱은
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1$
 $= 7 - 5 + 1 = 3$
 $\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$
 $a = -3, b = 3$
 $\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$