1. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$y = ax^2 + bx - 3 = a(x-2)^2 + 5$

$= ax^2 - 4ax + 4a + 5$ 이므로

$b = -4a, \ -3 = 4a + 5$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, \ b = 8$

$\therefore a + b = 6$

2. 다음은 집합이 아닌 것을 집합이 되도록 적절히 고친 것이다. 잘못 고친 것을 모두 골라라.

㉠ 큰 자연수의 모임 1보다
㉡ 우리 반에서 몸무게가 무거운 학생들의 모임 50 kg 이상인
㉢ 30에 가까운 수들의 모임 20
㉣ 세계에서 높은 산들의 모임 가장
㉤ 공부를 잘하는 학생들의 모임 못하는

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉢ 20 에 가까운 수들의 모임이라고 하더라도, 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, '20 과의 거리가 2 이하인 수' 와 같이 분명한 기준이 있어야 한다.
㉤ 공부를 못하는 학생들의 모임이라고 하더라도 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, '수학 점수가 30 점 이하인 학생' 과 같이 분명한 기준이 있어야 한다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $A = \varnothing$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.

② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 0$ 이다.

해설

② 반례 : $\{1\} \not\subset \{2,\ 3\}$
③ 반례 : $\{1,\ 2\} \subset \{1,\ 2\}$, $n(\{1,\ 2\}) = n(\{1,\ 2\})$
④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 이면
$n(A) = 3$ 이다.

4. 두 집합 $A = \left\{a^2 - 2,\ a+3\right\}$, $B = \{2,\ -2a-1, -2a+1\}$에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A \cap B = \{2\}$에서 $2 \in A$이므로 $a^2 - 2 = 2$ 또는 $a + 3 = 2$

$a^2 - 2 = 2$에서 $a = 2$ 또는 $a = -2$

(i) $a = 2$일 때,

$A = \{2,\ 5\}$, $B = \{2,\ -5,\ -3\}$

$A \cup B = \{-5,\ -3,\ 2,\ 5\}$

(ii) $a = -2$일 때,

$A = \{1,\ 2\}$, $B = \{2,\ 3,\ 5\}$

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$

(iii) $a + 3 = 2$일 때, $a = -1$

$A = \{-1,\ 2\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3\}$

$A \cup B = \{-1,\ 1,\ 2,\ 3\}$

$\therefore a = -2$

5. $z = (1+i)x^2 + (2-i)x - 8 - 2i$에 대하여 $z^2 < 0$을 만족하는 실수 x의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$

$\quad = (x-2)(x+4) + (x+1)(x-2)i$

그런데, $z^2 < 0$에서 z는 순허수이므로

$\therefore\ x = -4$

6. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y를 구할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오.

$(1-2xi)(2-yi)=6-2i$ (단, $x>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(2-2xy)-(4x+y)i=6-2i$

$2-2xy=6,\ 4x+y=2$

연립하여 x 에 대해 정리하면

$2x^2-x-1=0$

$(x-1)(2x+1)=0$

$\therefore\ x=1(x>0),\ y=-2$

7. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

㉠ 16의 제곱근은 4이다.

㉡ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.

㉢ 복소수 $z = a + bi$ ($a,\ b$는 실수)에 대하여 $z + \bar{z}$는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)

㉣ 복소수 $z = a + bi$ ($a,\ b$는 실수)에 대하여 $z\bar{z}$는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

㉤ 복소수 $z = a + bi$ ($a,\ b$는 실수)에 대하여 $z = \bar{z}$이면 z는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

㉠ 제곱해서 16 이 되는 수 $4, -4$ $\therefore$ 거짓
㉡ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. $\therefore$ 참
㉢ $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $z + \bar{z} = 2a$ $\therefore$ 참
㉣ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ $\therefore$ 참
㉤ $z = \bar{z}$, $a + bi = a - bi$, $2bi = 0$, $b = 0$ $\therefore$ $z = a = \bar{z}$ $\therefore$ 참

8. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha - \beta|$의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{10}}{3}$
④ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

해설

$3x^2 + 4x - 2 = 0$의 두 근을 α, β라 하면
근과 계수와의 관계에서
$\alpha + \beta = -\frac{4}{3}$, $\alpha\beta = -\frac{2}{3}$
한편, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha - \beta)^2$
$= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$이므로
$|\alpha - \beta|^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$
$= \frac{16}{9} + \frac{8}{3}$
$= \frac{40}{9}$
따라서, $|\alpha - \beta| = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

9. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합은?

① -1　　② $\frac{1}{4}$　　③ $\frac{1}{2}$　　④ $\frac{2}{3}$　　⑤ 2

해설

$f(x)=0$의 두 근을 a, b라 하면 $a+b=3$

$2x+1=t$라 하면 $x=\frac{t-1}{2}$

$f(2x+1)=f(t)=0$에서
$f(t)=0$의 해가 $t=a,\ t=b$이므로

$f(2x+1)=0$의 해는 $x=\frac{a-1}{2}, \frac{b-1}{2}$ 이다.

$\therefore \frac{a-1}{2}+\frac{b-1}{2}=\frac{a+b-2}{2}=\frac{1}{2}$

10. $4x^2 - 8x + 7$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(2x-2-\sqrt{3}i)(2x-2+\sqrt{3}i)$

② $(2x+2-\sqrt{3}i)(2x-2+\sqrt{3}i)$

③ $(x-2-\sqrt{3}i)(x+2+\sqrt{3}i)$

④ $(x-2-\sqrt{3}i)(x-2+\sqrt{3}i)$

⑤ $\left(x-\dfrac{2+\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x-\dfrac{2-\sqrt{3}i}{2}\right)$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-28}}{4} = 1 \pm \frac{2\sqrt{3}i}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$4\left(x-1-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= (2x-2-\sqrt{3}i)(2x-2+\sqrt{3}i)$$

11. 서현이와 주현이가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$을 함께 풀었다. 그런데 서현이는 a를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는 b를 잘못 보고 풀어서 두 근 -1, -4를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

① $x^2-5x+3=0$　② $x^2+5x+3=0$
③ $x^2+5x+13=0$　④ $x^2+5x-13=0$
⑤ $x^2+5x+15=0$

해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수 a를 a',
주현이가 잘못 본 상수항 b를 b' 이라 하자.
$x^2+a'x+b=0$의 두 근이 1, 3이므로
$b=1\times3=3$
$x^2+ax+b'=0$의 두 근이 -1, -4이므로
$-a=(-1)+(-4)=-5$
$\therefore\ a=5$
따라서 처음의 이차방정식은 $x^2+5x+3=0$

12. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3}$ 이므로,
두 근은 $2 - \sqrt{3},\ 2 + \sqrt{3}$
$p = -(\text{두근의 합}) = -4$
$q = (\text{두근의 곱}) = 1$
$\therefore p + q = -3$

13. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -2,\ k > 2$　② $k < -4,\ k > 4$　③ $k < -1,\ k > 1$
④ $k < 0,\ k > 4$　⑤ $k < 0,\ k > 2$

해설

판별식 D 가 $D > 0$ 이어야 하므로
$D = k^2 - 4 \cdot 4 > 0$
$(k-4)(k+4) > 0$
$\therefore\ k < -4,\ k > 4$

14. 이차함수 $y = x^2 + 4x - m$ 의 최솟값이 4 일 때, 상수 m 의 값을 고르면?

① -10　② -8　③ -4　④ 0　⑤ 2

해설

$y = (x+2)^2 - 4 - m$ 에서 $-4 - m = 4$ $\quad \therefore m = -8$

15. 차가 12 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

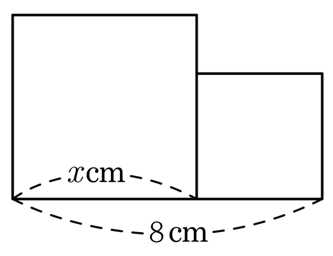
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x, $x+12$ 라 하면
$y = x(x+12)$
$\quad = x^2 + 12$
$x = (x+6)^2 - 36$
$x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
$x = -6,\ -6+12 = 6$
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

16. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.



① $x = 2, y = 12$　② $x = 2, y = 14$　③ $x = 2, y = 16$
④ $x = 4, y = 32$　⑤ $x = 4, y = 34$

해설

$$y = x^2 + (8 - x)^2$$
$$= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64$$
$$= 2(x - 4)^2 + 32$$

따라서 $x = 4$ 일 때 $y = 32$ 이다.

17. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}$m 이다.

18. 사차방정식 $x^4+3x^2+a=0$의 한 근이 1일 때, 허근은?

① $\pm i$　② $\pm 2i$　③ $\pm 3i$　④ $\pm 4i$　⑤ $\pm 5i$

해설

한 근이 1이므로 사차방정식 $x^4+3x^2+a=0$에 대입하면
$1+3+a=0,\qquad \therefore a=-4$
방정식 $x^4+3x^2-4=0$에서 $x^2=t$로 치환하면
$t^2+3t-4=0$, $(t+4)(t-1)=0$, $(x^2+4)(x^2-1)=0$
$\therefore x=\pm 2i$ 또는 $x=\pm 1$
따라서, 주어진 방정식의 허근은 $\pm 2i$이다.

19. a, b가 실수일 때, 방정식 $x^3+ax^2-4x+b=0$ 의 한 근이 $1+i$ 이면 $a+b$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다. 나머지 한 근을 α라 하면

$(1+i)+(1-i)+\alpha=-a$

$\therefore\ 2+\alpha=-a\cdots$①

$(1+i)(1-i)+(1-i)\alpha+(1+i)\alpha=-4$

$\therefore\ 2+2\alpha=-4\cdots$②

$(1+i)(1-i)\alpha=-b$

$\therefore\ 2\alpha=-b\cdots$③

①, ②, ③에서 $\alpha=-3,\ a=1,\ b=6$

$\therefore\ a+b=7$

20. 방정식 $x^2+5y^2+4xy-2y+1=0$을 만족시키는 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+y$의 값을 구하면?

① -7　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 7

해설

$x^2+5y^2+4xy-2y+1=0$에서
$x^2+4xy+4y^2+y^2-2y+1=0$
$(x+2y)^2+(y-1)^2=0$
$x+2y,\ y-1$은 실수이므로 $x+2y=0,\ y-1=0$
$\therefore\ y=1,\ x=-2y=-2$
$\therefore\ x+y=-1$

21. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는?

$$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5개 이상

해설

$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$

$(m-4)(n-2)=8$

$8=1\times8=2\times4=4\times2=8\times1$이므로

$(m,n)=(5,\ 10),\ (6,\ 6),\ (8,\ 4),\ (12,\ 3)$

$\therefore$ 4쌍의 $(m,\ n)$이 존재한다.

22. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30개이고 배점은 80점이다. 문항별 배점은 2점, 3점, 4점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 13

해설

2점문항 개수를 x, 3점문항을 y,
4점문항을 z라 하자
$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots$ ㉠
$x + y + z = 30 \quad \cdots$ ㉡
㉠$-4\times$㉡ $\Rightarrow$ $y = 40 - 2x$
㉠$-3\times$㉡ $\Rightarrow$ $z = x - 10$
$\therefore$ $x = 10$이면 $z = 0$
$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음
$\therefore$ $x \geq 11$, 최소 11문항

23. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$A=\{x \mid x$는 홀수$\}$, $B=\{3,\ 9\}$, $C=\{x \mid x$는 9의 약수$\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $B \subset C \subset A$

해설

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9, \cdots\}$
$B=\{3,\ 9\}$
$C=\{1,\ 3,\ 9\}$
$\therefore\ B \subset C \subset A$

24. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개인 집합은 a 개이고, 원소가 6 개인 집합은 b 개이다. 이때, $a-b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 5\}$, $\{1,\ 6\}$,
$\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 5\}$, $\{2,\ 6\}$,
$\{3,\ 4\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 6\}$,
$\{4,\ 5\}$, $\{4,\ 6\}$,
$\{5,\ 6\}$
따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는
$5+4+3+2+1 = 15$ (개) 이다.
집합 A 의 부분집합 중 원소가 6 개인 집합은 자기 자신인 집합 A 뿐이다.
$a = 15,\ b = 1$ 이므로 $a - b = 14$

25. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^n = 16 \ \therefore n = 4$

26. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 18의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 30의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 10이하의 3의 배수$\}$ 에 대하여 $n(A \cup (B \cup C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이다.
$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 30\}$ 이고 이것과 A 의 합집합을 구하면 $\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30\}$ 이다.
따라서 원소의 개수는 10 개이다.

27. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 3이하의 자연수$\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\{1,\ 2,\ 6\}$

② $\{x|x$는 12보다 작은 6의 배수$\}$

③ $\{3,\ 6\}$

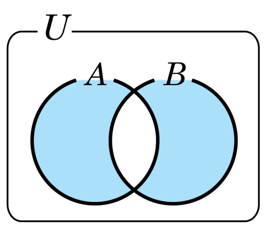
④ $\{x|x$는 $4 < x < 7$인 자연수$\}$

⑤ $\{x|x$는 6의 약수$\}$

해설

집합 $B = \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이므로 $6 \in A$
집합 A 는 원소 6 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
④ $\{x|x$는 $4 < x < 7$인 자연수$\} = \{5,\ 6\} \not\subset \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

28. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



① $(A-B)\cap(B-A)$　② $(A-B)\cup(B\cap A^C)$

③ $(A\cap B^c)\cap(A^c\cap B)$　④ $U-(A\cap B)$

⑤ $(A\cup B)-(A\cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ② $(A-B)\cup(B\cap A^C)$,
⑤ $(A\cup B)-(A\cap B)$
이다.

29. 두 집합 A, B에 대하여 $\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B=B$가 성립할 때, 다음 중 항상 성립한다고 볼 수 <u>없는</u> 것은? (단, U는 전체집합, $U \neq \varnothing$)

① $A-B=\varnothing$ ② $A\cup B^c=U$ ③ $B\subset A$

④ $(A\cap B)^c=B^c$ ⑤ $A^c\subset B^c$

해설

$\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B=\{(A\cap B^c)\cup(A\cap B)\}\cap B$
$=\{A\cap(B^c\cup B)\}\cap B$
$=(A\cap U)\cap B$
$=A\cap B$
$A\cap B=B \leftrightarrow B\subset A$
$\therefore$ ①에서 $A-B=\phi \leftrightarrow A\subset B$

30. 100 명의 학생 중 축구를 좋아하는 학생이 77 명, 농구를 좋아하는 학생이 57 명이다. 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생수의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때 $a+b$의 값은?

① 90 ② 91 ③ 93 ④ 96 ⑤ 97

해설

최대일 때는 한 쪽이 다른 쪽에 포함될 때이다.

$\therefore a=57$

모두 좋아하는 학생수를 x 라 하면$77+57-x \le 100$, $x \ge 34$

$\therefore b=34$

$\therefore a+b=91$

31. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$, $|a+b| > |c|$인 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$의 값은?

① $2a$　② $2b$　③ $-2c$　④ $-2a$　⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \le 0,\ b \le 0$

$\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0,\ c \ge 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore\ a+b+c < 0$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식}) &= |a+b+c| - |a+b| - |c| \\ &= -(a+b+c) + (a+b) - c \\ &= -2c\end{aligned}$$

32. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\dfrac{a^2+1}{4} \end{cases}$

이 실근을 가질 때, 실수 a 의 범위를 구하면?

① $a \geq -\dfrac{3}{4}$ ② $a > -\dfrac{1}{2}$ ③ $-1 < a < 1$
④ $a \leq \dfrac{2}{3}$ ⑤ $a < 2$

해설

$\begin{cases} x+y=a+2 \\ xy=\dfrac{a^2+1}{4} \end{cases}$

의 해 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은 $t^2-(a+2)t+\dfrac{a^2+1}{4}=0$

위의 방정식이 실근을 가지려면

$D=(a+2)^2-4\times\dfrac{a^2+1}{4}\geq 0$

$4a+3\geq 0$

$\therefore\ a\geq -\dfrac{3}{4}$

33. 두 집합 $A = \{0,\ 1\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b,\ a \in A,\ b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{0\}$ ② $\{0,\ 1\}$ ③ $\{0,\ 1,\ 2\}$
④ $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ ⑤ $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0,\ 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0,\ 1 \times 1 = 1,\ 1 \times 2 = 2,\ 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 이다.

34. 공집합이 아닌 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 16 개 더 많을 때, $n(A)+n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

부분집합의 개수는 (2 의 거듭제곱) 개이므로
$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\cdots$ 이다.
이 중에서 차가 16 인 두 수는 16 과 32 이다.
$\therefore\ 2^{n(A)}=32=2^5,\ 2^{n(B)}=16=2^4$
$(\because\ n(A)>n(B))$
$\therefore\ n(A)=5,\ n(B)=4$
$\therefore\ 5+4=9$

35. 두 집합 $A = \{a,\ 5,\ a+6\}$, $B = \left\{x | x\text{는 } 14\text{의 약수}\right\}$ 에서 $A \cap B = \{1,\ 7\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$1 \in A$ 이므로 $a = 1$ 또는$a + 6 = 1$ 이다.
(i) $a = 1$ 이면 $A = \{1, 5, 7\}$, $A \cap B = \{1, 7\}$ 이다.
$\therefore\ a = 1$
(ii) $a + 6 = 1$ 즉, $a = -5$ 이면 $A = \{-5,\ 1,\ 5\}$, $A \cap B = \{1\}$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
그러므로 $a = 1$ 이다.

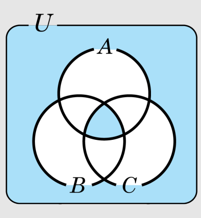
36. 전체집합 $U=\{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$의 세 부분집합
$A=\{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$,
$B=\{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4\text{의 배수}\}$,
$C=\{1,\ 2,\ 5,\ 7,\ 11,\ 12\}$에 대하여 $A\triangle B=(A\cap B)\cup(A\cup B)^c$ 일 때,
$n((A\triangle B)\cap(A\triangle C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(A\triangle B)\cap(A\triangle C)$를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$n(A\cap B\cap C)=1,\ n((A\cup B\cup C)^c)=4$
$\therefore\ n((A\triangle B)\cap(A\triangle C))=1+4=5$

37. 실수를 계수로 갖는 이차방정식 $x^2-(m-1)x+(m+1)=0$이 허근 α를 갖고, α^3이 실수일 때, m의 값은?

① 0　　② 1　　③ 3

④ 0, 3　　⑤ 0, 1, 3

해설

α^3이 실수이므로 $\overline{\alpha}^3=\alpha^3$,
$(\alpha-\overline{\alpha})(\alpha^2+\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}^2)=0$
α는 허수이므로 $\alpha\neq\overline{\alpha}$
$\therefore\ \alpha^2+\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}^2=0\ \cdots\cdots$(ⅰ)
근과 계수와의 관계에서
$\alpha+\overline{\alpha}=m-1,\ \alpha\overline{\alpha}=m+1$
(ⅰ)은 $(\alpha+\overline{\alpha})^2-\alpha\overline{\alpha}=0,\ (m-1)^2-(m+1)=0$
$m^2-3m=m(m-3)=0$
$\therefore\ m=0,\ 3$
이차방정식 $x^2-(m-1)x+(m+1)=0$이
허근을 가지므로 $D=(m-1)^2-4(m+1)<0$
$m=0,\ 3$은 이 부등식을 만족시키므로 구하는 답이 된다.

38. 삼차방정식 $x^3+px+2=0$의 세 근이 모두 정수일 때, p의 값을 구하면?

① 4　　② -3　　③ -2　　④ 4　　⑤ 5

해설

세 근을 α , β , γ 라고 하면
$\alpha+\beta+\gamma=0$ ……㉠
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=p$ ……㉡
$\alpha\beta\gamma=-2$ ……㉢
㉢에서
$-2=(-1)\times1\times2=1\times1\times(-2)=(-1)(-1)(-2)$
㉠에서 $\alpha+\beta+\gamma=0$ 이어야 하므로
$\alpha=1, \beta=1, \gamma=-2$
㉡에서 $p=1\times1+1\times(-2)+(-2)\times1=-3$

39. 주말 연속극을 시작하기 전에 상품 광고를 하려고 한다. 광고에는 광고 시간이 20초인 것과 25초인 것 두 종류가 있고, 광고 내용이 바뀔 때마다 1초 동안의 간격을 둔다. 정확하게 4분 30초 동안에 11개의 상품을 광고하고 싶다면 광고 시간이 20초인 상품을 몇 개 광고해야 하는지 구하면?

① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

20초 광고의 개수를 x,
25초 광고의 개수를 y라 할 때
11개의 광고들 사이의 간격은 10×1(초) $= 10$(초)
총 4분 30초는 $60 \times 4 + 30 = 270$(초)이다.
$\therefore$ 광고에 사용되는 시간은 $270 - 10 = 260$(초)

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 20x + 25y = 260 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면, $x = 3$, $y = 8$
따라서 20초 광고는 3개이다.

40. 두 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $B = \{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$ 에 대하여 $A * B = A - (A \cap B)$ 라 할 때, $B * (A * B)$ 의 집합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$

해설

$A \cap B = \{4,\ 8\}$

$A * B = \{2,\ 6\}$

$B \cap (A * B) = \varnothing$

$B * (A * B) = B = \{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$