

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = -a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

① $(\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

2. 다음 식의 계산 중 바르지 못한 것은?

① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$

③ $-\sqrt{49} + (\sqrt{13})^2 = 6$

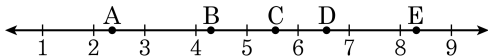
④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$

⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

3. 다음 수직선에서 C에 해당하는 실수는?



① $\sqrt{12}$

② $\sqrt{17}$

③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{39}$

⑤ $\sqrt{52}$

해설

$$\sqrt{25} < x < \sqrt{36}$$

$$\therefore \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$$

4. 다음 수 중에서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않은 것은?

① $\sqrt{3} + 0.1$

② $\sqrt{3} + 0.01$

③ $\sqrt{5} - 0.01$

④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{(1.7)^2} = \sqrt{1.89} < \sqrt{3} < \sqrt{3.24} = \sqrt{(1.8)^2}$$

$$\therefore 1.7 < \sqrt{3} < 1.8 \dots \text{㉠}$$

$$\sqrt{(2.2)^2} = \sqrt{4.84} < \sqrt{5} < \sqrt{5.29} = \sqrt{(2.3)^2}$$

$$\therefore 2.2 < \sqrt{5} < 2.3 \dots \text{㉢}$$

$$\text{㉠, ㉢ 에서 } 0.4 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 0.6 \dots \text{㉡}$$

따라서 ①, ②, ③은 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있다.

⑤ $0.2 < \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} < 0.3$ ($\because$ ㉡) 이므로 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

5. 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근을 x 라고 하면 $x^2 = a$ 이다.

㉡ 제곱근 9 와 9 의 제곱근은 서로 같다.

㉢ $\sqrt{(-7)^2} + (-\sqrt{3})^2 = 10$

㉣ $\sqrt{20}$ 은 $\sqrt{5}$ 의 4배이다.

㉤ -7 은 49 의 제곱근이다.

㉥ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

㉡ 제곱근 9 는 $\sqrt{9} = 3$ 이고, 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

㉣ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 2 배이다.

6. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1 - \sqrt{3}$

② $5 - 3\sqrt{3}$

③ 0

④ $-5 - \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3} - 2 < 0$, $2 - \sqrt{3} > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} |\sqrt{3} - 2| - |2 - \sqrt{3}| &= -(\sqrt{3} - 2) - (2 - \sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3} + 2 - 2 + \sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

7. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

$$\sqrt{150}, \sqrt{81}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7$$
$$\sqrt{\pi^2}, -\sqrt{1.21}, -\sqrt{11}, -\sqrt{225}$$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{150}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7, \sqrt{\pi^2}, -\sqrt{11}$ 의 5 개이다.

8. 다음 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낸 것 중 틀린 것은?

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

해설

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \sqrt{\frac{3^3 \times 3}{11^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 2}{100^2}}$
 $= \frac{5\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \sqrt{\frac{12}{100}} = \frac{\sqrt{12}}{10} = \frac{1}{10} \times 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \sqrt{\frac{2}{7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

9. 두 정삼각형 P, Q에 대해 $(P\text{의 넓이}) = 6 \times (Q\text{의 넓이})$ 가 성립한다.
P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▷ 정답: $\sqrt{6}$ 배

해설

Q의 한 변의 길이를 a 라고 할 때, P의 한 변의 길이는 $a\sqrt{6}$ 가 성립한다.

따라서 $3 \times a\sqrt{6} = 3a \times \sqrt{6}$ 이므로 P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 $\sqrt{6}$ 배이다.

10. $a = \sqrt{2}$ 일 때, $b = 2a - \frac{3}{a}$ 이면 b 는 a 의 몇 배인가?

① 2 배

② $\sqrt{2}$ 배

③ $\frac{3}{2}$ 배

④ $\frac{1}{2}$ 배

⑤ 3 배

해설

$$b = 2a - \frac{3}{a} = 2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \left(2 - \frac{3}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{1}{2}a$$

11. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = -\sqrt{5} + \sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{3} - \sqrt{48} = \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{30}{\sqrt{45}} = -9\sqrt{5}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{125} - \sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\textcircled{㉠} \sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} \\ = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉢} 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉤} \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{30}{\sqrt{45}} &= \sqrt{5} - \frac{30}{3\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - \frac{10}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{125} - \sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

12. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$$

① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

$$3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$$

② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$$

$$\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$$

③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$$1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$$

④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$

음수이므로 제일 왼쪽에 있다.

⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$

$$6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$$

①과 ⑤를 비교해 보면

$$3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$$

13. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

14. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{75} = A \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\textcircled{㉠} \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}, \therefore A = 5$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}, \therefore B = 10$$

$$\textcircled{㉢} 7\sqrt{3}, \therefore C = 7$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3}, \therefore D = 1$$

$$\textcircled{㉥} \sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3}, \therefore E = 0.1$$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$$\therefore 10 \times 0.1 = 1$$

15. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

16. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

17. 실수 x, k 에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 가 k 의 값에 관계 없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-k < x < k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 에서
 $|x+k| + |x-k| = 2k$ 가 되려면
 $x+k > 0, x-k < 0$ 이다.
 $\therefore -k < x < k$

18. $\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

19. 연속된 세 자연수 a, b, c 에 대하여, $\sqrt{a+b+c}$ 의 값이 자연수가 되기 위한 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라. (단, $a+b+c \leq 80$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b, c 가 연속된 세 자연수이므로 $a = b - 1, c = b + 1$ 이다.
이때, $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{3b}$ 가 자연수이므로

$$b = 3k^2 \quad (k \text{ 는 자연수})$$

$$a+b+c \leq 80 \text{ 이므로 } 3b = 9k^2 \leq 80$$

$$k^2 < \frac{80}{9} = 8.888\cdots \therefore k = 1, 2$$

따라서 조건을 만족하는 세 수 (a, b, c) 의 쌍은
 $(2, 3, 4), (11, 12, 13)$ 의 2 쌍이다.

20. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,

$6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$

$\therefore x = 6 + y$

$x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$

$y^2 + 6y - 6 = 0$

$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$

$x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$

따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.