

1. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

2. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3

㉡ 39

㉢ 2^5

㉣ $2^2 \times 3^3$

㉤ $3^2 \times 7$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉣ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉤ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠이다.

3. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

4. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

5. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

6. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

7. 약수가 12 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

8. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square + 1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

9. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다.
이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의
값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다.
따라서 $a = 5$, $b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

10. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20

② 21

③ 33

④ 39

⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

11. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

12. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

13. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

14. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 17

⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.

따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

15. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$

② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

16. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

17. 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

18. $\frac{464}{n} = a^4$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a \times n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$464 = 29 \times 2^4 ,$$

$$n = 29, \quad a = 2 ,$$

$$a \times n = 2 \times 29 = 58$$

19. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525

따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

20. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은?

① 2×5

② $2^2 \times 5^2$

③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$

⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

21. 소인수분해를 이용하여 72의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$$8 + 6 + 9 = 23$$

22. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(2 + 1)(a + 1) = 36$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

23. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$

24. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

25. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.