

1. 이차함수  $y = kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2$ 의 그래프가  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 정수  $k$ 의 값들의 합은?

① -3

② -5

③ 7

④ 3

⑤ 5

### 해설

이차방정식  $kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2 = 0$ 이

서로 다른 두 실근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2\sqrt{2})^2 - k(k+2) > 0$$

$$8 - k^2 - 2k > 0, (k+4)(k-2) < 0$$

$$\therefore -4 < k < 2$$

따라서 정수  $k$  는 -3, -2, -1, 0, 1이다.

$$\therefore (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 = -5$$

2. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식  $f(x^2 - 1) = 0$  의 서로 다른 실근의 개수는?

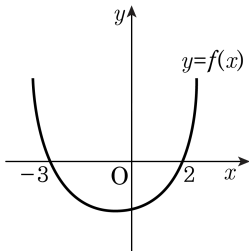
① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개



### 해설

주어진 그래프에서  $f(-3) = 0$ ,  $f(2) = 0$  이므로  
방정식  $f(x^2 - 1) = 0$  의 근은

( i )  $x^2 - 1 = -3$  일 때,  $x^2 = -2 \quad \therefore x = \pm \sqrt{2}i$

( ii )  $x^2 - 1 = 2$  일 때,  $x^2 = 3 \quad \therefore x = \pm \sqrt{3}$

( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개  
이다.

3. 점  $(0, -2)$  를 지나고 이차함수  $y = x^2 - 2x + 2$  에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

①  $y = x - 1$  또는  $y = -x - 2$

②  $y = x - 2$  또는  $y = -3x - 1$

③  $y = 2x - 2$  또는  $y = -6x - 2$

④  $y = 3x - 3$  또는  $y = x + 1$

⑤  $y = 4x - 4$  또는  $y = 5x + 3$

### 해설

점  $(0, -2)$  를 지나는 직선의 방정식을  $y = mx - 2$  라 하고  
이 식과 이차함수  $y = x^2 - 2x + 2$  를 연립하면

$$x^2 - 2x + 2 = mx - 2, x^2 - (m + 2)x + 4 = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식  $D = 0$  이다.

$$D = (m + 2)^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$m^2 + 4m - 12 = 0 \quad (m + 6)(m - 2) = 0$$

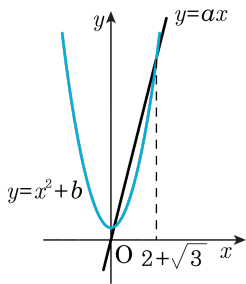
$$\therefore m = 2 \text{ 또는 } m = -6$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은

$$y = 2x - 2 \text{ 또는 } y = -6x - 2$$

4. 다음 그림과 같이 이차함수  $y = x^2 + b$  의 그래프와 직선  $y = ax$  가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의  $x$  좌표가  $2 + \sqrt{3}$  일 때,  $a + b$  의 값은?(단,  $a, b$  는 유리수)

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5



### 해설

$$x^2 + b = ax,$$

즉  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $2 + \sqrt{3}$  이다.

이때,  $a, b$  는 모두 유리수이므로

방정식  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $2 + \sqrt{3}$  이면

다른 한 근은  $2 - \sqrt{3}$  이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

5.  $-2 \leq x \leq 0$  에서 이차함수  $y = -2x^2 + 4x + a + 1$  이 최댓값 1 을 가질 때, 상수  $a$  의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

### 해설

$y = -2x^2 + 4x + a + 1 = -2(x-1)^2 + a + 3$  이  
이차함수의 그래프의 꼭짓점의  $x$  좌표 1 이  
 $x$ 의 값의 범위  $-2 \leq x \leq 0$  에 속하지 않으므로  
주어진 이차함수는  $x = -2$  일 때 최솟값을 갖고  
 $x = 0$  일 때 최댓값을 갖는다.

최댓값이 1 이므로  $a + 1 = 1 \quad \therefore a = 0$

6.  $x^2 + y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2y + x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

### 해설

$$x^2 + y^2 = 4 \text{에서 } x^2 = 4 - y^2$$

$x, y$ 가 실수이므로

$$x^2 = 4 - y^2 \geq 0, y^2 \leq 4$$

$$\therefore -2 \leq y \leq 2$$

$2y + x^2$ 에  $x^2 = 4 - y^2$ 을 대입하면

$$2y + x^2 = 2y + (4 - y^2)$$

$$= -y^2 + 2y + 4 = -(y - 1)^2 + 5$$

이 때,  $-2 \leq y \leq 2$ 이므로  $y = 1$ 일 때

최댓값은 5,  $y = -2$ 일 때 최솟값은 -4이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은  $5 + (-4) = 1$

7.  $x, y$ 가 실수일 때,  $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x + 2)^2 - (y - 3)^2 + 1$$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로

$$(x + 2)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서  $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1이다.

8. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-4$  를 가지며 점  $(1, 2)$  를 지난다. 이 때,  $a - b - c$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이  $(3, -4)$  이므로  $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$  를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$



9.  $x^2 - xy + y^2 + 2y = 0$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x$  의 최댓값은?

①  $\frac{2}{3}$

② 1

③ 2

④  $\frac{11}{5}$

⑤ 4

해설

주어진 식을  $y$  에 대하여 정리하면

$$y^2 + (2 - x)y + x^2 = 0$$

이 식을  $y$  에 대한 이차방정식으로 보면  $y$  가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$D = (2 - x)^2 - 4 \cdot x^2 \geq 0,$$

$$3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \quad (x + 2)(3x - 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{2}{3}$$

따라서  $x$  의 최댓값은  $\frac{2}{3}$  이다.

10. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

① 3000 원

② 3500 원

③ 4000 원

④ 4500 원

⑤ 5000 원

#### 해설

수입을  $f(x)$  라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$  일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격) =  $6000 - 500 \times 3 = 4500$  원.

11. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

12.  $\alpha$ 는 허수이고  $\alpha^3 = -1$  일 때,  $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^n = 0$  이 되는 자연수  $n$ 의 값으로 적당한 것은?



① 65

② 66

③ 67

④ 68

⑤ 69

해설

$1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^n = 0$  이므로

양변에 각각  $(1 - \alpha)$ 를 곱하면

$$(1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^n)(1 - \alpha) = 0,$$

$$1 - \alpha^{n+1} = 0$$

$$\therefore \alpha^{n+1} = 1$$

한편,  $\alpha^3 = -1$  이므로

$$\alpha^6 = 1$$

$$\therefore n + 1 = 6k (k = 1, 2, 3, \dots)$$

$\therefore k = 11$  일 때  $n = 65$ 가 될 수 있다.

13. A, B 두 사람이 어떤 물건을 3 개월 할부로 공동 구입하였다. 첫달에 A, B 중 한 사람이 다른 사람보다 돈을 많이 지불하였기 때문에 두 번째 달부터는 전달에 많이 지불한 사람은 전달보다 20% 적은 금액을 지불하고, 적게 지불한 사람은 전 달보다 3000 원 많은 금액을 지불하기로 하였다. 금액을 모두 지불하고보니 A, B는 전체 액수의 반씩을 부담하게 되었다. 이 물건을 사는 데 든 비용은 전부 얼마인가? (단, 두 번째 달의 B의 지불금액은 A의 지불금액보다 6000 원이 많았다.)

- ① 27000 원                      ② 30000 원                      ③ 81000 원  
 ④ 162000 원                      ⑤ 570000 원

### 해설

첫달에 A, B가 지불한 금액을 각각  $x$  원,  $y$  원이라 하면 각자가 지불한 금액의 총합은 다음과 같다.

$$A : x + 0.8x + (0.8x + 3000)$$

$$B : y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000)$$

$$\text{따라서 } x + 0.8x + (0.8x + 3000) = y + (y + 3000) + 0.8(y + 3000) \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$0.8x + 6000 = y + 3000 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\text{또, } \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x = 30000, y = 27000$$

따라서, A가 지불한 금액은

$$30000 + 0.8 \times 30000 + 0.8 \times 30000 + 3000 = 81000$$

그런데 물건을 사는 데 든 총 비용은 한 사람이 지불한 금액의 2 배이다.

$$\therefore (\text{지불한 총 금액}) = 81000 \times 2 = 162000(\text{원})$$

14. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$  의 합  $x+y$  의 값은?

(단,  $xy \neq 0$ )

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0 \text{ 에서}$$

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u$ ,  $xy=v$  라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$$\therefore v=0 \text{ 또는 } v=2$$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$  이므로  $v=2$  이다.

따라서, ㉠에서  $u=v=2$  이므로

$$x+y=2$$

15. 다음 방정식을 만족하는 양의 정수  $x, y$ 의 값이 아닌 것은?

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$ 의 양변에  $xy$ 를 곱하면

$$2y + 3x = xy, \quad xy - 3x - 2y = 0$$

$$\therefore (x-2)(y-3) = 6$$

이 때,  $x, y$ 는 양의 정수이므로

$x-2 \geq -1, y-3 \geq -2$ 인 정수이다.

따라서,  $x-1, y-3$ 의 값은 다음 표와 같다.

|       |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|
| $x-2$ | 1 | 2 | 3 | 6 |
| $y-3$ | 6 | 3 | 2 | 1 |

그러므로 구하는  $x, y$ 의 값은  $\begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$  또는

$\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=8 \\ y=4 \end{cases}$