

1. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

2. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서

$x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1, 2$$

따라서 최대의 근은 2

3. $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

4. x 에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$$

A , B 의 최대공약수는 $A - B$ 의 인수이므로

A , B 의 최대공약수를 G 라 하면

G 는 일차식이므로 $G = x + k$

$x + k$ 는 A 의 인수이어야 하므로

$$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

그런데 주어진 조건에서 $k \neq 0$ 이므로 $k = 2$

5. $a = 1 + i$, $b = 1 - i$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{1}{ab} + \left(\frac{1}{b}\right)^2$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$a^2 = (1 + i)^2 = 2i, \quad b^2 = (1 - i)^2 = -2i,$$

$$ab = (1 + i)(1 - i) = 2$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{1}{ab} + \left(\frac{1}{b}\right)^2 &= \frac{b^2 + ab + a^2}{a^2b^2} \\ &= \frac{-2i + 2 + 2i}{4} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

6. 두 실수 x, y 가 $x + y = -5, xy = 2$ 를 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x + y = -5, xy = 2$ 에서 $x < 0, y < 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{x+y}{-\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

7. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$

$b \leq \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2$ 일 때만 실근 존재

8. 이차방정식 $x^2 + 2(k-m)x + (k^2 - n + 4) = 0$ 이 실수 k 값에 관계없이
중근을 가질 때, 실수 $m+n$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (k-m)^2 - (k^2 - n + 4) = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2m = 0, \text{ 그리고 } m^2 + n - 4 = 0$$

$$\therefore m = 0, \quad n = 4, \quad m + n = 4$$

9. 이차방정식 $ix^2 + (2+i)x - i(1+i) = 0$ 의 두 근의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-1 - 2i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 + 2i$

⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면

$$-x^2 + (2i - 1)x - i(i - 1) = 0$$

$$x^2 - (2i - 1)x + i(i - 1) = 0$$

$$(x - i)(x + 1 - i) = 0$$

$$\therefore x = i \text{ 또는 } x = -1 + i$$

두 근의 합은 $-1 + 2i$