

1. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

2. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1 \text{ 또는 } 2$$

3. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로
두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

4. 삼차식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는 $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$ 을 만족한다. $f(x)$ 를 $x - 4$ 로 나누었을 때 나머지는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 2

해설

$$f(1) = 1 + a + b + c = 2$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 4$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 6$$

세 식을 연립하면,

$$a = -6, b = 13, c = -6$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 6$$

$$\therefore f(4) = 64 + 16 \times (-6) + 4 \times 13 - 6 = 14$$

5. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 곱이 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 일 때, $a-b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

① -3

② 3

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q(p, q$ 은 서로 소)라 할 수 있다.

두 다항식의 곱은 $(x-1)^2 pq = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$

즉, $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 는 $x-1$ 로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.

조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 \end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$ 을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

해설

$$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$(x^2 - 2x + 1)(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$$

상수항을 비교하면 $k=3$

$$\text{일차항의 계수를 비교하면 } 3x^2 - 4x^2 = ax^2$$

$$\therefore a=-1$$

일차항의 계수를 비교하면

$$-6x + 2x = bx \therefore b=-4$$

$$\therefore a-b=3$$

6. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

7. 실수 k 에 대하여 $\frac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k-2}} = -\sqrt{\frac{k-1}{k-2}}$ 이 성립할 때, $|k-3| + |k-1|$ 을 간단히 하면?

① -2

② 4

③ 2

④ $|2k-4|$

⑤ $|-2k-2|$

해설

$$k-1 \geq 0, k-2 < 0$$

$$1 \leq k < 2$$

$$|k-3| + |k-1| = -(k-3) + (k-1) = 2$$

8. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + 2n = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$$D' = (2k + m)^2 - 4(k^2 - k + 2n) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4km + 4k - 8n = 0$$

$$\Rightarrow 4k(m + 1) + m^2 - 8n = 0$$

임의의 k 에 대해 성립하려면

$$m + 1 = 0, \quad m^2 - 8n = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \quad n = \frac{1}{8}, \quad m + n = -\frac{7}{8}$$