

1. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면?

① $2x + 3y + 13 = 0$

② $2x + 3y - 13 = 0$

③ $3x + 2y + 13 = 0$

④ $3x + 2y - 13 = 0$

⑤ $3x - 2y - 13 = 0$

해설

$(2, 3)$ 이 원 위의 점이므로

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 13$$

$$\therefore 2x + 3y - 13 = 0$$

2. $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ ③ $y = 4x \pm 2\sqrt{5}$
④ $y = 5x \pm 5\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 2\sqrt{5}$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x \pm 3\sqrt{1+2^2} \leftarrow m = 2, r = 3$$

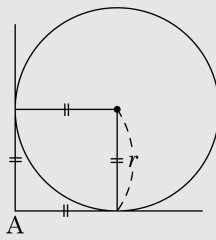
$$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

3. 좌표평면 위에 원 $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 A(2, 1)이 있다. 점 A 에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

해설

두 접선이 서로 수직이면 그림처럼 한 변이 r 인 정사각형이 된다.
따라서 원 중심에서 A까지의 거리는 $\sqrt{2}r$ 이 된다.



$$\therefore \sqrt{(5-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{2}r$$

$$\therefore r = 3$$

4. 점 A(2, 2)에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기를 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은 ?

- ① $\frac{8}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

점 (2, 2)를 지나고 기울기 m 인 접선을
 $y - 2 = m(x - 2)$ 즉, $mx - y - 2m + 2 = 0$
이라고 하면

원의 중심 (0, 0)에서 접선까지 거리는
원의 반지름 1과 같아야 한다.

$$\text{따라서 } 1 = \frac{|-2m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}},$$

$$|-2m + 2| = \sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $3m^2 - 8m + 3 = 0$

따라서 두 기울기의 곱은 근과 계수와의 관계에 의하여 1이다.