

1. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 북한산은 아름답다.

② 미국의 수도는 뉴욕이다.

③ 거짓말은 나쁘다.

④ 우리나라의 미래는 청소년에게 달렸다.

⑤ 세계에서 가장 긴 강은 나일강이다.

해설

② 거짓, ⑤ 참  
따라서 명제는 ②, ⑤ 이다.

2. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

②  $x > 3$ 이면  $x > 5$  이다.

③  $a = b$ 이면  $a^3 = b^3$  이다.

④  $x$ 가 4의 배수이면  $x$ 는 2의 배수이다.

⑤  $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면  $x = 3$  또는  $y = 5$ 이다.

해설

반례 :  $x = 4$



4. 세 수  $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$ ,  $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ ,  $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

①  $A < B < C$

②  $A < C < B$

③  $B < A < C$

④  $C < A < B$

⑤  $C < B < A$

해설

$A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C > 0$  이므로

$A^2, B^2, C^2$ 의 대소를 비교한 것과 같다.

$$A^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{7})^2 = 13 + 2\sqrt{42}$$

$$B^2 = (\sqrt{5} + 2\sqrt{2})^2 = 13 + 2\sqrt{40}$$

$$C^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{10})^2 = 13 + 2\sqrt{30}$$

이므로  $A^2 > B^2 > C^2$  이다.

따라서  $A > B > C$

5. 실수  $x, y$ 가  $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, 곱  $xy$ 의 최댓값을 구하면?

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{3}$

해설

$x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$  이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} \text{ 이고}$$

$$\sqrt{x^2 y^2} = \sqrt{(xy)^2} = |xy| \text{ 이므로 } |xy| \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq xy \leq \frac{1}{2}$$

그러므로  $xy$ 의 최댓값은  $\frac{1}{2}$ 이다.

6. 양수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c = 9$ 일 때  $abc$ 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$a + b + c \geq 3 \sqrt[3]{abc} \text{에서 } 9 \geq 3 \sqrt[3]{abc},$$

$$3 \geq \sqrt[3]{abc}, \quad 27 \geq abc$$

7.  $x, y$ 가 실수이고  $x^2 + y^2 = 10$ 일 때  $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

### 해설

$x, y$ 가 실수이므로

코시-슈바르츠 부등식에 의하여

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

이 때,  $x^2 + y^2 = 10$ 이므로

$$100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

(단, 등호는  $x = \frac{y}{3}$ 일 때 성립)

따라서 최댓값은 10이다.

8.  $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$  의 개수를 구하면?

① 6 개

② 8 개

③ 18 개

④ 24 개

⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$