

1. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.

④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.

⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

2. 명제 ' p 이면 q 가 아니다.' 의 역인 명제의 대우를 구하면?

① q 가 아니면 p 이다.

② q 이면 p 가 아니다.

③ p 가 아니면 q 가 아니다.

④ p 가 아니면 q 이다.

⑤ q 이면 p 이다.

해설

$p \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow q \Rightarrow p$ 가 아니면 q 이다.

3. 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건일 때, 조건 q 는 조건 p 이기 위한 (가)조건이고, 조건 $\sim p$ 는 조건 $\sim q$ 이기 위한 (나)조건이다. (가), (나)에 각각 알맞은 것은?

① 필요, 필요

② 충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 필요충분, 충분

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건: $p \Rightarrow q$

(가) : $p \Rightarrow q$ 이면 q 는 p 이기 위한 필요조건

(나) : $p \Rightarrow q$ 이면 그 대우 $\sim q \Rightarrow \sim p \therefore \sim p$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건

4. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, 곱 xy 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} \text{ 이고}$$

$$\sqrt{x^2 y^2} = \sqrt{(xy)^2} = |xy| \text{ 이므로 } |xy| \leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq xy \leq \frac{1}{2}$$

그러므로 xy 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

5. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} \text{에서 } 9 \geq 3\sqrt[3]{abc}, \\ 3 \geq \sqrt[3]{abc}, \quad 27 \geq abc$$

6. x, y 가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때 $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠 부등식에 의하여

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

이 때, $x^2 + y^2 = 10$ 이므로

$$100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

(단, 등호는 $x = \frac{y}{3}$ 일 때 성립)

따라서 최댓값은 10이다.

7. 두 집합 $X = \{-2, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $x \rightarrow x + 1$

② $x \rightarrow x^2$

③ $x \rightarrow x - 1$

④ $x \rightarrow x + 2$

⑤ $x \rightarrow 2x + 1$

해설

각각의 치역을 구하면

① $\{-1, 1, 2\}$

② $\{0, 1, 4\}$

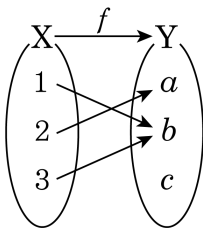
③ $\{-3, -1, 0\}$

④ $\{0, 2, 3\}$

⑤ $\{-3, 1, 3\}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 함수는 ④ 이다.

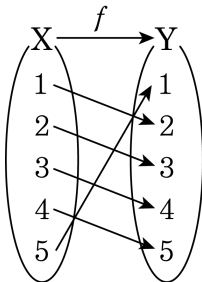
8. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

9. 다음 그림과 같이 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는 a 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(f(a)) = 3 \text{ 이므로 } f(a) = 2$$

$$\therefore a = 1$$