

1.  $x$ 에 대한 이차식  $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

2.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{x+i}{x-i}$  를 만족하는 실수  $x$ 의 값은 ?

① 1

②  $\sqrt{2}$

③  $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ -5

해설

$$(1 + \sqrt{3}i)(x - i) = 2(x + i)$$

$$(x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x - 1)i = 2x + 2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x + \sqrt{3} = 2x, \quad \sqrt{3}x - 1 = 2$$

$$\therefore x = \sqrt{3}$$

3. 방정식  $|x-3| + |x-4| = 2$  의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i)  $x < 3$  일 때,

$$-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

ii)  $3 \leq x < 4$  일 때

$$(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$  해가 없다.

iii)  $x \geq 4$  일 때

$$x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

따라서  $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$  이고 그 합은 7

4. 이차방정식  $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 12

해설

$x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha + \beta = 7, \alpha\beta = 1$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta = 7 + 2 = 9$$

$$\text{따라서 } \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 3$$

5. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

①  $x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{3}$

②  $x = 2, y = 1$

③  $x = -\sqrt{3}, y = \sqrt{3}$

④  $x = -2, y = -1$

⑤  $x = 2, y = -1$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = -y \text{ 또는 } x = 2y$$

i)  $x = -y$   $2x^2 + y^2 = 2y^2 + y^2 = 9$

$$y = \pm\sqrt{3}, \quad x = \mp\sqrt{3}$$

ii)  $x = 2y$   $2x^2 + y^2 = 8y^2 + y^2 = 9$

$$y = \pm 1, \quad x = \pm 2$$

$$\therefore \text{해는 } \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ y = \mp\sqrt{3} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{복호동순})$$

6.  $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{100}$  일 때,  $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$  의 값은?

① 1

②  $1-i$

③  $1+i$

④ -1

⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = f(i) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100} = i^{100} = 1$$

7. 이차방정식  $ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근의 차이가  $\sqrt{17}$ 이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값들의 합은?

①  $-\frac{9}{4}$

②  $-\frac{3}{4}$

③  $\frac{3}{4}$

④  $\frac{9}{4}$

⑤  $\frac{11}{4}$

해설

$ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면,

$$\alpha + \beta = -\frac{a-3}{a}, \quad \alpha\beta = -2$$

문제의 조건에서  $|\alpha - \beta| = \sqrt{17}$

$$\therefore 17 = (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 + 8$$

$$\therefore \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 = 9, \quad 8a^2 + 6a - 9 = 0$$

따라서,  $a$ 의 값들의 합은  $-\frac{3}{4}$

8.  $2x + y = a + 2$ ,  $x + 2y = 8(a + 2)$  를 만족하는  $x, y$  에 대하여  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2x + y = a + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 8(a + 2) \cdots \textcircled{2}$$

$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2}$  을 하면

$$3x = -6a - 12, \quad x = -2a - 4$$

$x = -2a - 4$  를  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 5a + 10$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a + 2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  최솟값 0

9. 어느 공장에서 생산하는 제품은 50 개를 생산할 때까지는 개당 5000 원의 비용이 들어가고 51 개 부터는 생산량이 1 개씩 증가할 때마다 개당 10 원씩 추가로 감소한다. 예컨대 51 개, 52 개의 제품을 생산할 때의 생산 비용이 각각 개당 4990 원, 4980 원이다. 이 때 총 생산 비용이 최대가 될 때의 개당 생산 비용을 구하여라.

▶ 답 :                      원

▷ 정답 : 2750 원

### 해설

생산량을  $x$  개라 하면

(1)  $x \leq 50$  일 때

$$(\text{총 생산 비용}) = 5000 \times x = 5000x$$

따라서  $x = 50$  일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 250000 원이다.

(2)  $x > 50$  일 때

$$(\text{개당 생산 비용}) = 5000 - 10(x - 50) - 10x + 5500$$

$$(\text{총 생산 비용}) = (5500 - 10x)x$$

$$= -10x^2 + 5500x$$

$$= -10(x - 275)^2 + 756250$$

따라서  $x = 275$  일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 756250 원이다.

(1), (2)에 의하면 생산량 275 개일 때, 총 생산 비용이 최대이다.

이 때, 개당 생산 비용은 2750 원이다.

10.  $x$ 에 관한 두 개의 이차방정식  $x^2 + m^2x + n^2 - 2m = 0$ ,  $x^2 - 2mx + n^2 + m^2 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 가지고,  $m, n$ 이 실수일 때,  $m+n$ 의 값은? (단, 중근인 경우에는 두 개의 실근으로 본다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

### 해설

두 방정식의 공통근을  $\alpha$ 라 하면

$$\alpha^2 + m^2\alpha + n^2 - 2m = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 - 2m\alpha + m^2 + n^2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

① - ②하면

$$(m^2 + 2m)\alpha - (m^2 + 2m) = 0$$

$$\therefore (m^2 + 2m)(\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore m^2 + 2m = 0 \text{ 또는 } \alpha - 1 = 0$$

그런데  $m^2 + 2m = 0$ 일 때,

곧,  $m^2 = -2m$ 일 때에는 두 방정식이 일치하게 되므로 오직 하나의 공통근을 가진다는 문제의 뜻에 어긋난다.

$$\therefore \alpha = 1$$

이것을 ①에 대입하면

$$1 + m^2 + n^2 - 2m = 0 \quad \therefore (m-1)^2 + n^2 = 0$$

문제의 조건으로부터  $m, n$ 은 실수이므로

$$m-1 = 0, n = 0$$

$$\therefore m = 1, n = 0 \quad \therefore m + n = 1$$