

1. 두 자연수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 2^2

② 2×5

③ 5

④ $2^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$ 은 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 최소공배수이다.

2. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

㉠ 16, 10, 12

㉡ 8, 6, 12

㉢ 4, 16, 32

① 40, 18, 16

② 240, 48, 56

③ 4, 52, 12

④ 240, 24, 32

⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 10 \ 12} \\ \text{㉠ } 2 \overline{) 8 \ 5 \ 6} \\ \quad 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6 \ 12} \\ \text{㉡ } 2 \overline{) 4 \ 3 \ 6} \\ 3 \overline{) 2 \ 3 \ 3} \\ \quad 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 4 \ 16 \ 32} \\ \text{㉢ } 4 \overline{) 1 \ 4 \ 8} \\ \quad 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

3. 세 자연수 a, b, c 의 최소공배수가 120 일 때, a, b, c 의 공배수 중 500 에 가장 가까운 수는?

① 360

② 480

③ 120

④ 500

⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120 의 배수 120 , 240 , 360 , 480 , 600 , ... 중에서 500 에 가장 가까운 수는 480 이다.

4. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

5. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 일하는 날은 며칠 후인가?

① 90일 후

② 180일 후

③ 300일 후

④ 360일 후

⑤ 420일 후

해설

$$A : 12 = 2^2 \times 3, B : 15 = 3 \times 5, C : 18 = 2 \times 3^2$$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

6. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 4 \quad 7} \\ \underline{1 \quad 2 \quad 7} \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 7 = 28$$

2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28 + 1 = 29$ 이다.

7. 자연수 A 와 20 의 최대공약수가 4 이고, 최소공배수가 80 일 때, 자연수 A 는?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$A \times 20 = 4 \times 80 \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① 6 과 21 은 서로소이다.
- ② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설

- ① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
- ② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

9. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

10. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

11. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

12. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

13. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24 개

② 36 개

③ 48 개

④ 60 개

⑤ 72 개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)

$$= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$$

$$= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$$

14. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87

② 99

③ 175

④ 183

⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$$\therefore 88 + 99 = 187$$

15. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19쌍 ② 24쌍 ③ 30쌍 ④ 32쌍 ⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$,
12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다.
즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.